Geometria

RNDr. Mária Vojteková, PhD.

KKMAHI, FPEDAS
kancelária: AA116,
telefón: 5133274
maria.vojtekova@fpedas.uniza.sk

Hodnotenie

- dve písomky počas semestra 10b + 10b = 20b
- šesť grafických prác 1x2b+2x3b+3x4b = 20b
- možnosť získať body naviac počas semestra.
- písomka na skúške 60b

Celkovo 100b

Minimálny počet bodov na úspešné absolvovanie skúšky je 61b.

A	93b – 100b
B	85b – 92b
C	77b – 84b
D	69b – 76b
E	**61**b – 68b

Študijné materiály a informácie: http://fpedas.utc.sk/~vojtek

Literatúra:

- Stachová, D.: Inžinierska geometria, ŽU v Žiline EDIS, 2009, 2010, 2011,2012
- Kaštieľ, M., Vojteková, M.,Čmelková, V.: Geometria, ŽU v Žiline EDIS, 2003
- Kaštieľ, M., Vojteková, M.: Inžinierska geometria, ŽU v Žiline EDIS, 1998
- Čmelková, V.: Cvičenia z geometrie, ŽU v Žiline EDIS, 2011
- Medek, V., Zámožík, J. : Konštruktívna geometria pre technikov, Alfa Bratislava,1978

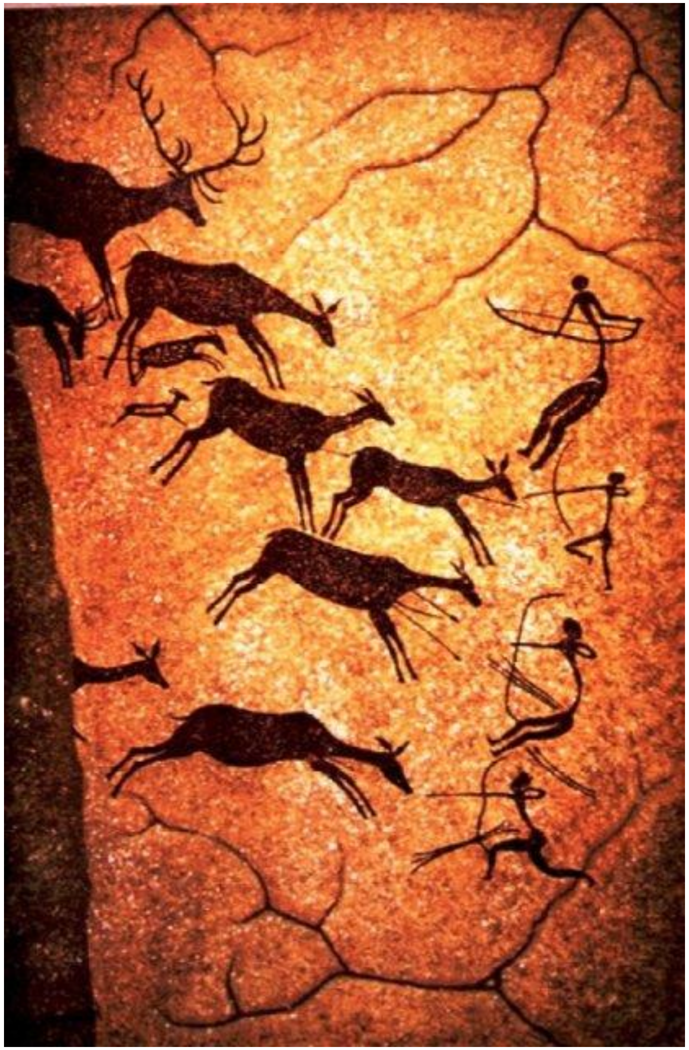
T. A. Edison:

Tajomstvo úspechu v živote nie je robiť to, čo sa nám páči, ale obľúbiť si to, čo robíme.

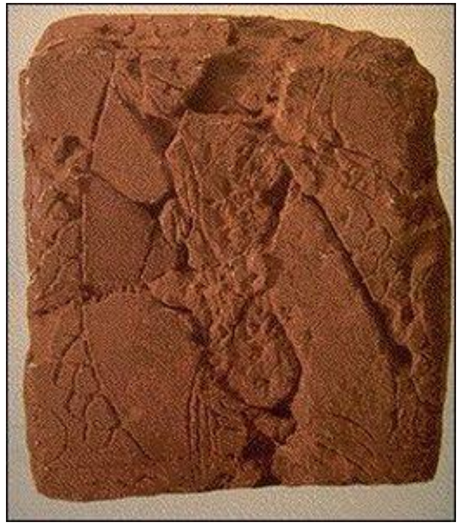
História geometrie

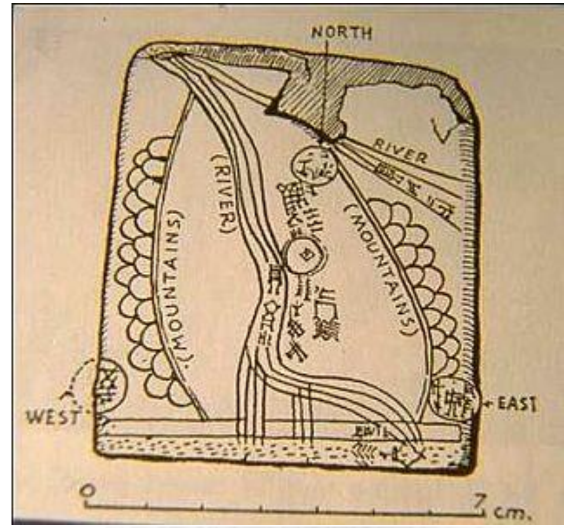
- kamenné platne s čiernymi a červenými maľbami zvierat z južnej a rovníkovej Afriky, vek 26 000 až 19 000 rokov.

- Európa - jaskynné maľby v Lascaux vo Francúzsku, vek 17 000 rokov a V Altamire v Španielsku, vek 14 000 rokov.

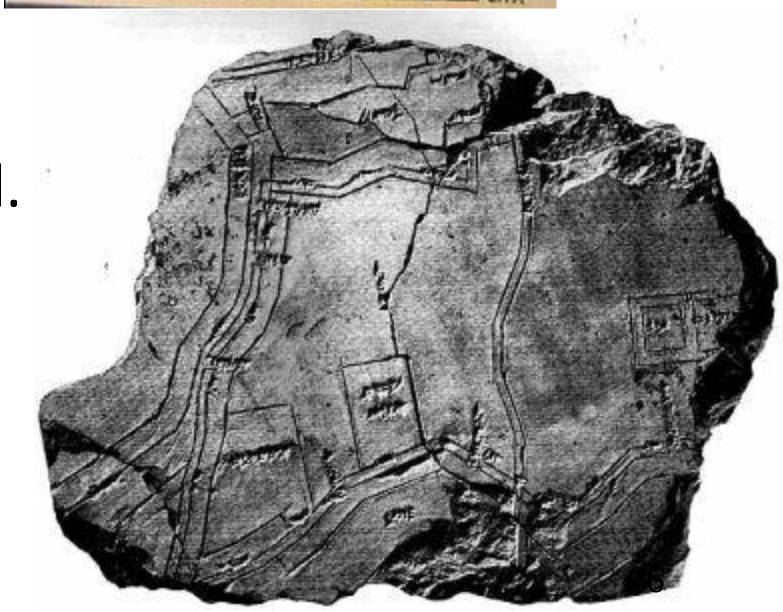


- mapa severu Mezopotámie na hlinenej doštičke, 2500 až 2200 p. n. l.

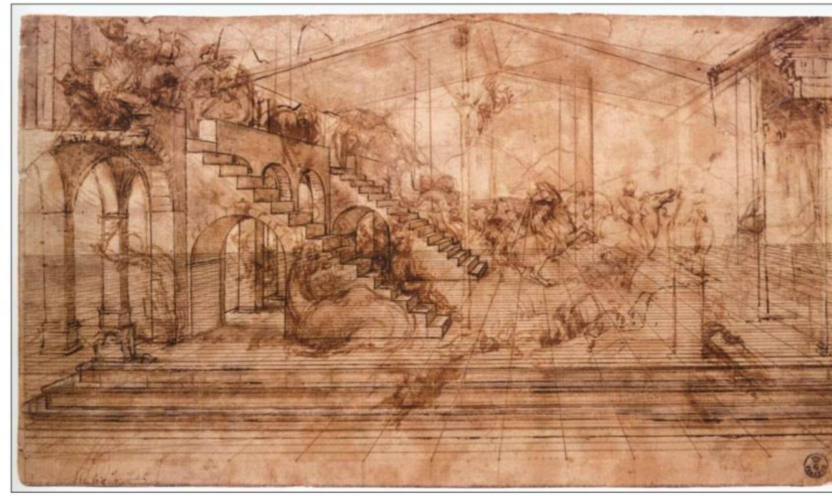




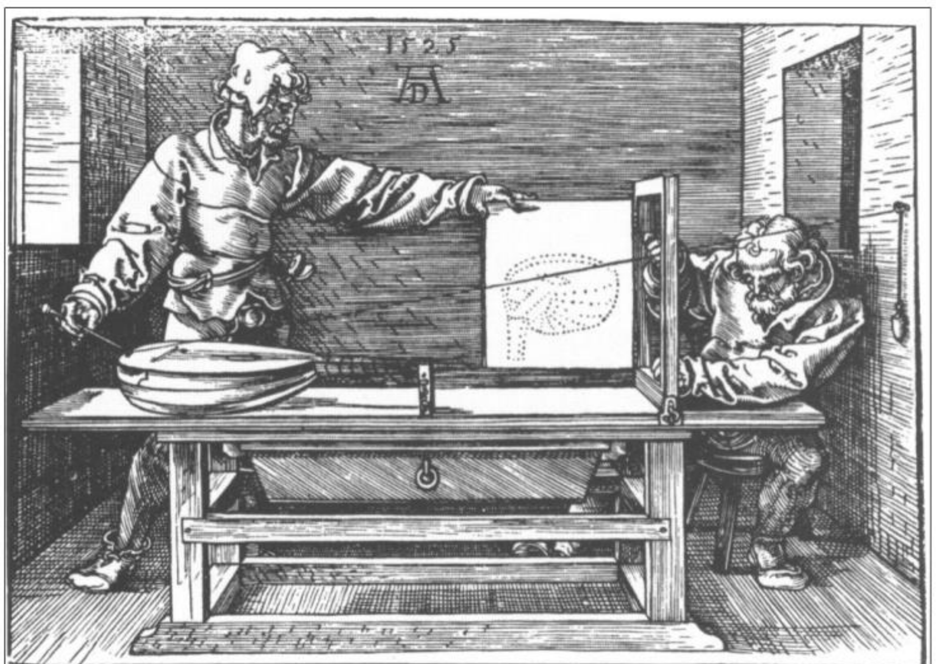
- plán mesta Nippur, vtedajšieho hlavného mesta Sumerov, 1500 p. n. l. Znázorňuje pôdorysy stavieb, opevnení, brán, skladov, chrámu a obsahuje aj legendu.



- V umení sa geometria prejavovala hľadaním čo najvernejšieho zobrazovania skutočnosti.
- Renesanční maliari položili základy lineárnej perspektívy.

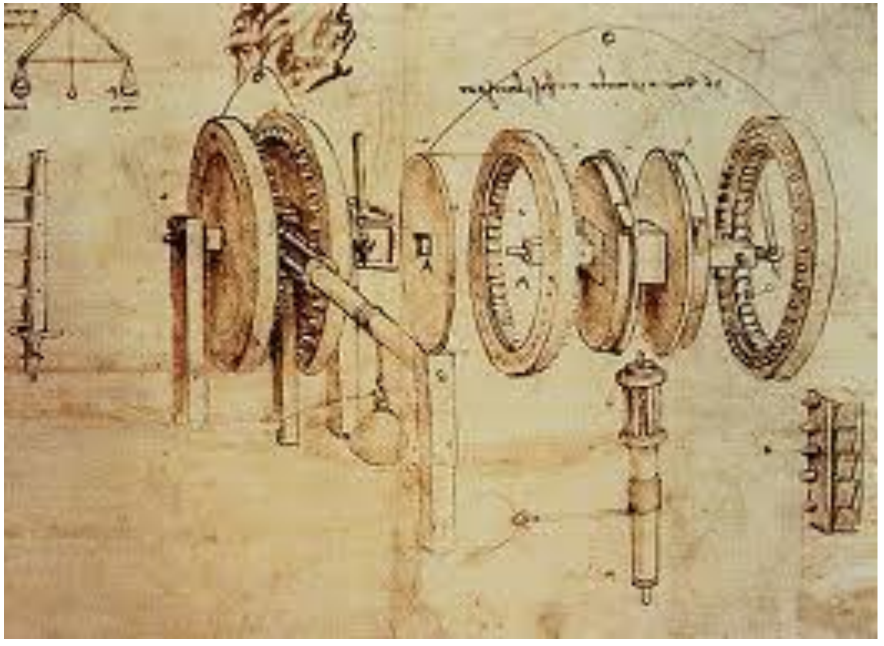


Leonardo da Vinci: Studie k obrazu *Klanění tří králů*, pérová kresba; Florencie, sbírky v Uffiziích.

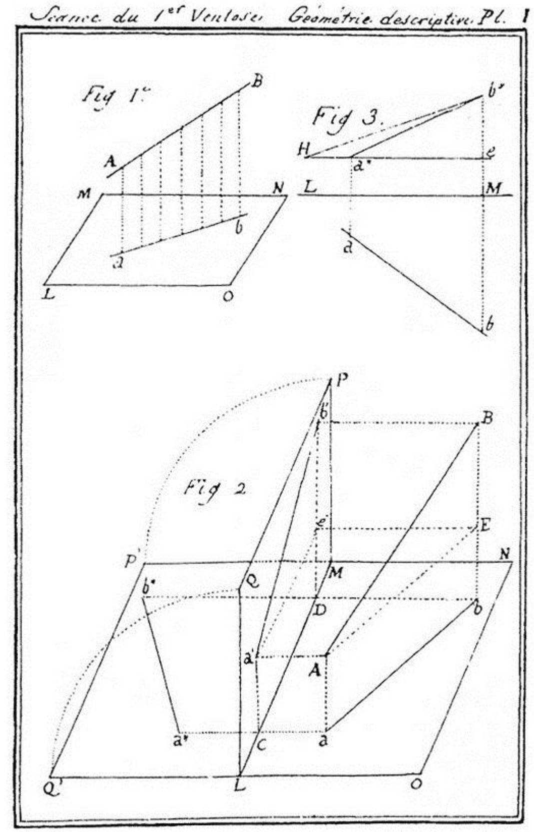


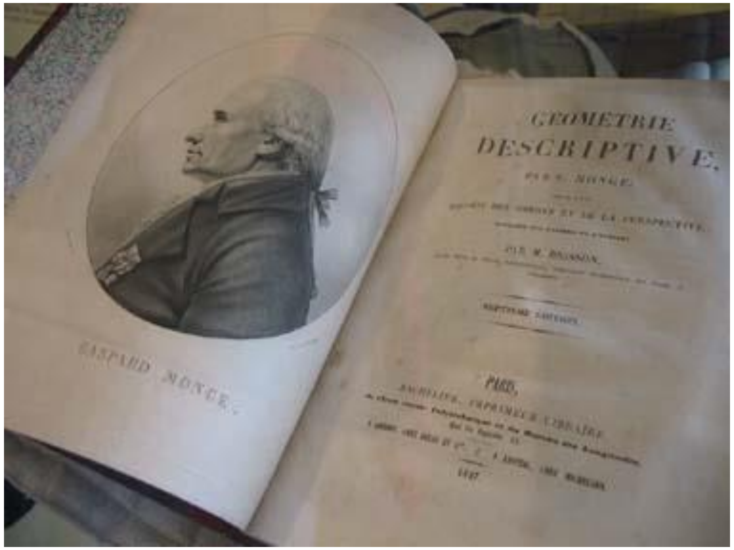
Albrecht Dürer: Dürerovo zařízení.

- Leonardo da Vinci bol jedným z prvých, ktorí kreslili nielen podľa skutočnosti, ale kreslil aj stroje, ktoré si len predstavoval.

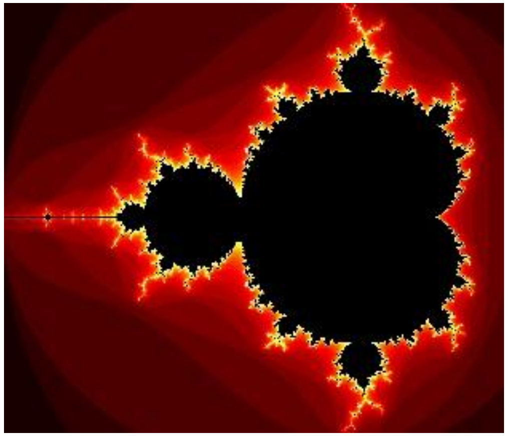


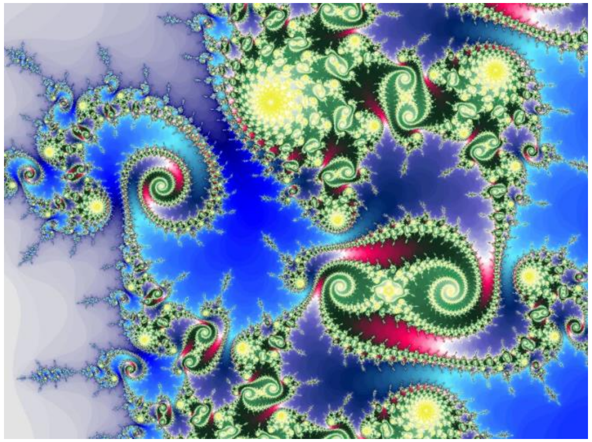
- Otcom deskriptívnej geometrie možno nazvať francúzskeho matematika a geometra Gasparda Mongea (1746-1818).
  - systematický prístup k riešeniu úloh,
  - voľba pravouhlého premietania namiesto obvyklého stredového.





- S rozvojom techniky a fyziky súvisel aj rozvoj deskriptívnej geometrie ako i ďalších geometrických disciplín: analytickej, algebraickej, projektívnej a diferenciálnej geometrie.
- Koniec 20. a začiatok 21. storočia predstavujú dynamický rozvoj techniky a s ňou súvisiacich matematických disciplín.
- Prechod od ručného rysovania k počítačovému spracovaniu, rozvoj počítačovej geometrie a počítačovej grafiky.
- Nové smery v geometrii: neeuklidovská geometria, fraktálna geometria,...



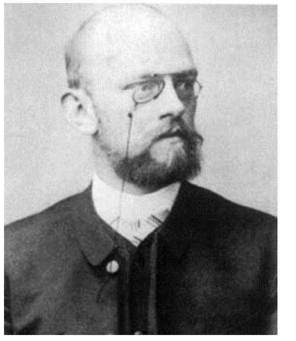


Úvodné pojmy

Trojrozmerný reálny Euklidov priestor E_3 je množina bodov, v ktorej sú definované podmnožiny – priamky a roviny, a vzťah incidencie, pričom sú splnené isté axiómy.

Axiomatická výstavba geometrie –
Euklides (340-287 p.n.l.),
ktorý v Alexandrii okolo r. 300 p.n.l. zhrnul vtedajšie geometrické poznatky, obohatil ich o vlastné matematické výpočty a usporiadal do diela Základy (lat. Elementa, grécky Stoicheia); skladajú sa z 13 kníh, ktoré obsahujú základy rovinnej geometrie, geometrie telies, ...

- Úplná axiomatická výstavba geometrie – nemecký matematik David Hilbert, v diele Grundlagen der geometrie, r. 1889.



- Základná axiomatická výstavba geometrie obsahuje 20 axióm rozdelených do piatich skupín: axiómy incidencie, usporiadania, zhodnosti, spojitosti a rovnobežnosti.

- Piaty postulát a neeuklidovské geometrie.

- Útvarom v E_3 budeme rozumieť ľubovoľnú podmnožinu z E_3 .
- Hovoríme, že dva útvary sú incidentné, ak jeden z nich obsahuje druhý.
- Body, priamky, roviny a priestor E_3 sa nazývajú podpriestory priestoru E_3, a to rozmeru (dimenzie) v poradí 0, 1, 2 a 3.
- Euklidov podpriestor dimenzie 2 nazývame Euklidova rovina E_2.

Označenia

Bod $A, B, M, \ldots$

Priamka $a, b, AB, p, \ldots$

Rovina $\alpha, \beta, \pi, \rho, \ldots.$

Uhol $\measuredangle ABC, \ldots$

Vektor $\vec{u}, \overrightarrow{BC}, \ldots$

Kružnica $k = (S, r)$

Dĺžka úsečky $|AB|$

Súradnice bodu v rovine $A[x^A, y^A]$

Súradnice bodu v priestore $A[x^A, y^A, z^A]$

Znak rovnobežnosti $a \parallel b$

Znak kolmosti $p \perp q$

Znak incidencie $A \in a, b \subset \beta$

Znak neincidencie $P \notin p$

Znak prieniku a $\cap\, b = M$

Základné vety o priamkach a rovinách v poriestore

1. Kritérium rovnobežnosti priamky a roviny

Priamka a je rovnobežná s rovinou α vtedy a len vtedy, ak je rovnobežná aspoň s jednou priamkou $a´$ roviny α.

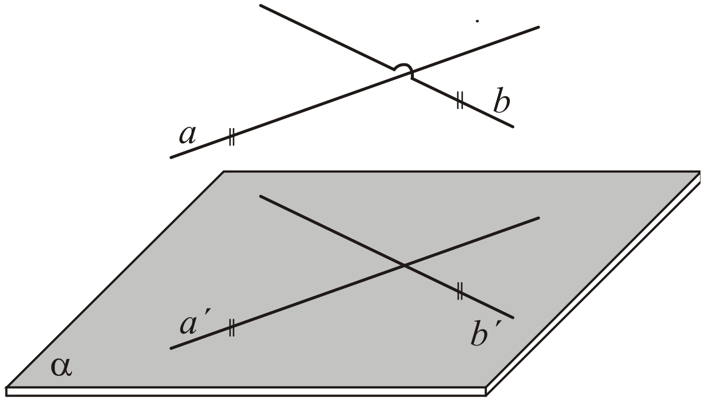
2. Kritérium rovnobežnosti dvoch rovín

Rovina α je rovnobežná s rovinou β práve vtedy, ak jedna z rovín obsahuje dve rôznobežné priamky rovnobežné s druhou rovinou.

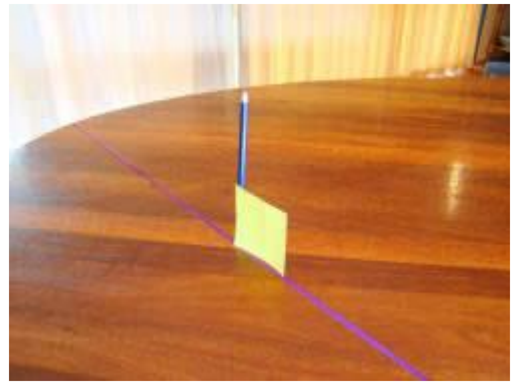
3. Pre rovnobežnosť priamok a rovín platí tranzitívnosť.

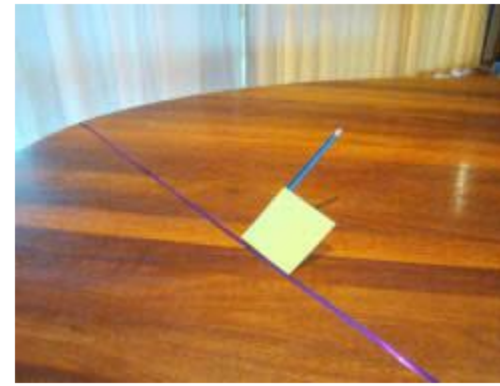
4. Pod uhlom dvoch rôznobežiek budeme rozumieť uhol ostrý, ktorý tieto rôznobežky zvierajú.

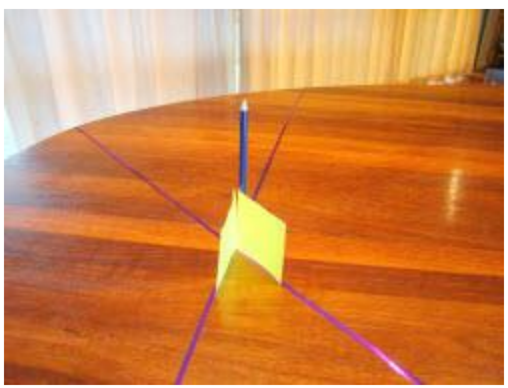
- Uhol rovnobežných priamok je nulový.
- Ak je uhol dvoch priamok pravý, potom sú priamky navzájom kolmé.
- Uhol dvoch mimobežiek a, b je uhol, ktorý zvierajú dve rôznobežky a', b' také, že $a \parallel a', b \parallel b'$.



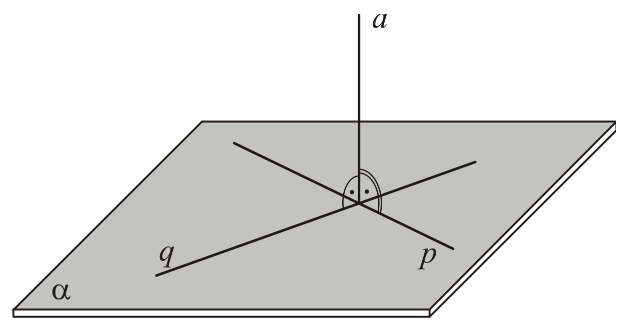
5. Kritérium kolmosti priamky a roviny





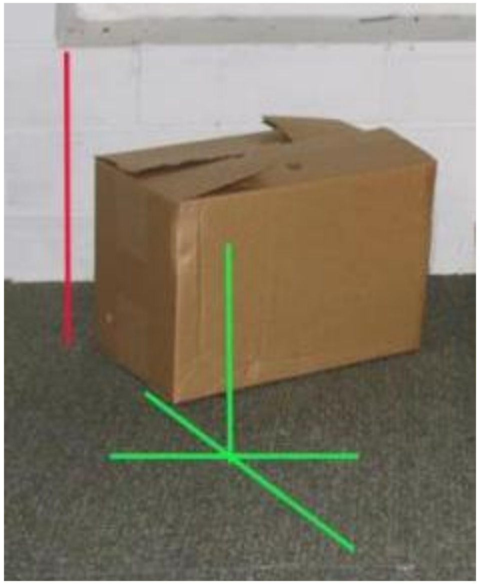


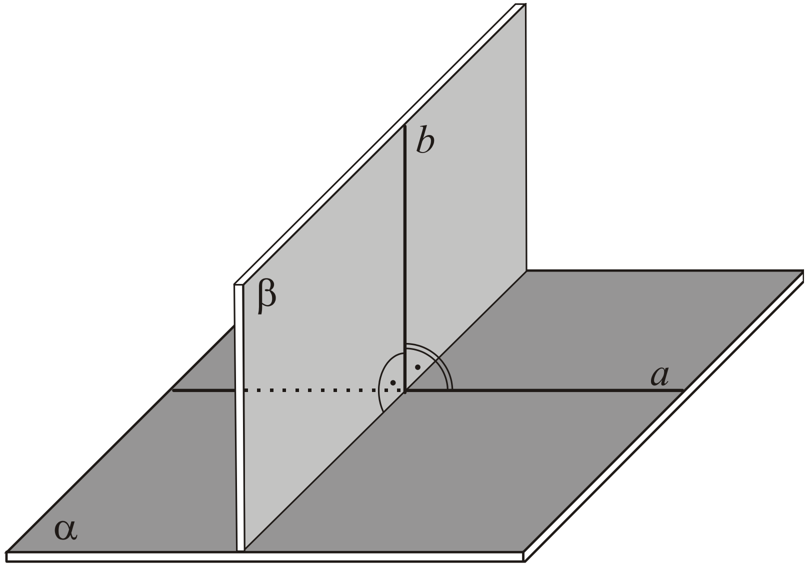
Priamka je kolmá na rovinu vtedy a len vtedy, ak je kolmá na dve rôznobežky tejto roviny.



6. Kritérium kolmosti dvoch rovín

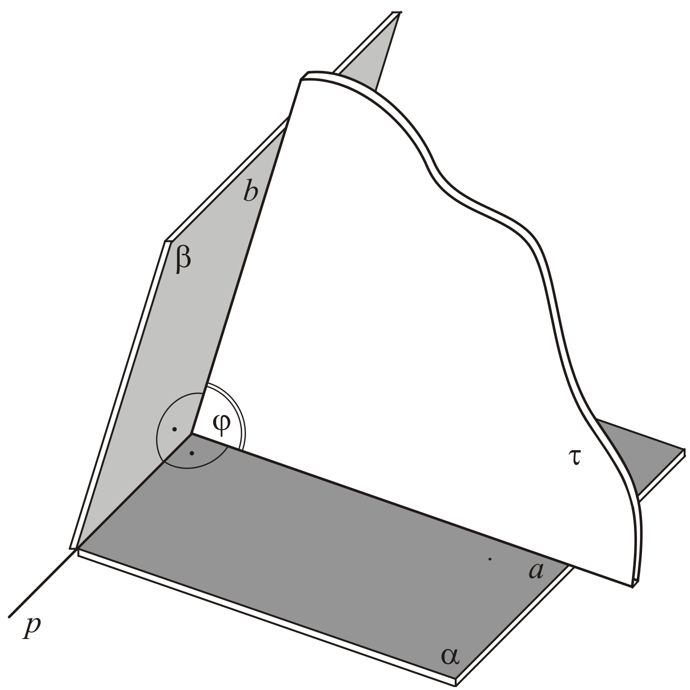
Dve roviny sú navzájom kolmé vtedy a len vtedy, ak jedna z nich obsahuje priamku kolmú na druhú rovinu.





7. Uhol dvoch rovín

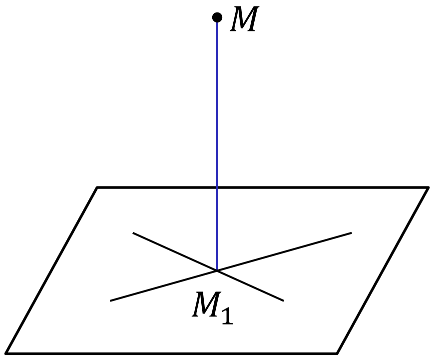
Nech sú dané dve roviny α, β, ktoré majú spoločnú priesečnicu p. Veďme ľubovoľným bodom ich priesečnice rovinu τ. Priesečnicu rovín α , τ označme a, priesečnicu rovín β, τ označme b. Potom uhol rovín α, β sa rovná uhlu priamok a, b.

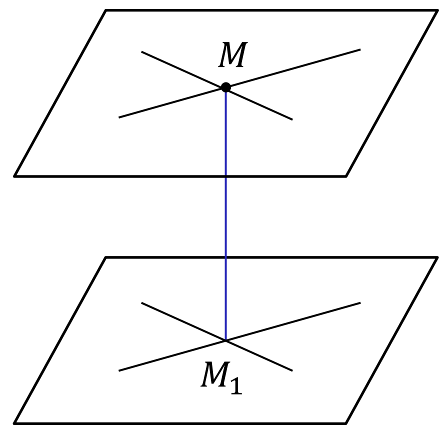


8. Vzdialenosť bodu M od priamky p je dĺžka úsečky MM_1, kde M_1 je kolmý priemet bodu M na priamku p.

Vzdialenosť bodu M od roviny α je dĺžka úsečky MM_1, kde M_1 je kolmý priemet bodu M do roviny α.

Vzdialenosť dvoch rovnobežných rovín α, β je vzdialenosť každého bodu roviny α od roviny β.





Ďakujem za pozornosť.