

Premietanie

Mongeovo premietanie

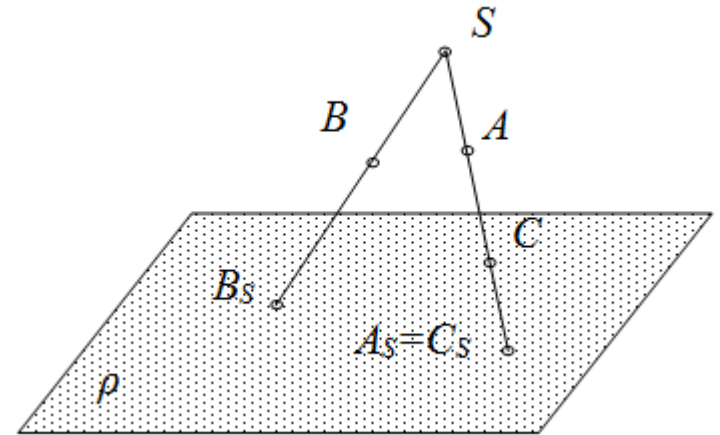
Premietanie je zobrazenie trojrozmerného priestoru do dvojrozsmernej roviny (priemetne). Poznáme dva základné druhy premietania: stredové a rovnobežné.

Stredové premietanie

Nech je daná rovina ρ (priemetňa) a bod S (stred premietania), pričom $S \notin \rho$. Stredovým premietaním do roviny ρ nazveme zobrazenie, ktoré každému bodu $B \in E_3$, $B \neq S$ priradí bod $B_S \in \rho$, $B_S = SB \cap \rho$.

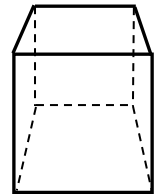
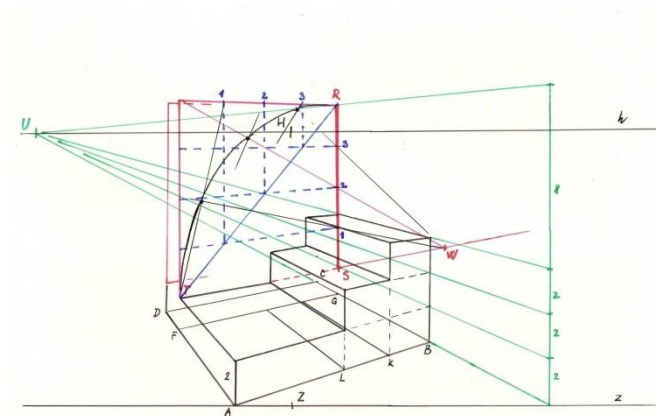
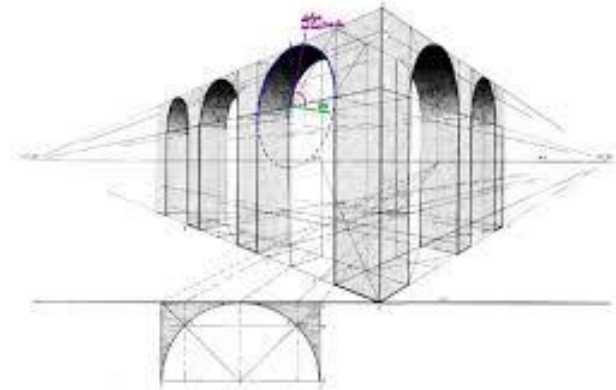
Bod B_S nazveme stredovým priemetom bodu B .

Stredové premietanie je jednoznačne určené stredom a priemetňou.



Lineárna perspektíva

- stredové premietanie s určitými obmedzeniami;
- základ práce architektov, maliarov,...
- realistické zobrazenie, ktoré sa snaží zachytiť priestor tak, ako ho vníma ľudské oko.

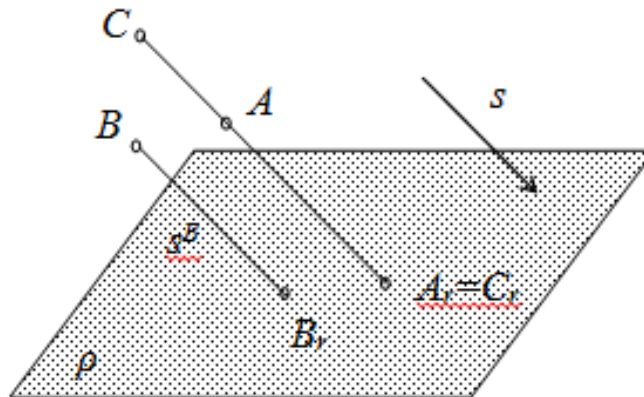


Premietanie, Mongeovo premietanie

Ravnobežné premietanie

Nech je daná rovina ρ (priemetňa) a smer premietania s , pričom smer premietania nie je ravnobežný s priemetňou. Ravnobežným premietaním do roviny ρ nazveme zobrazenie, ktoré každému bodu $B \in E_3$ priradí bod $B_r \in \rho$, $B_r = s^B \cap \rho$, pričom $B \in s^B$, $s^B \parallel s$. Bod B_r nazveme ravnobežným priemetom bodu B .

Ravnobežné premietanie je jednoznačne určené smerom a priemetňou.



Základné vlastnosti rovnobežného premietania:

- Nie je bijektívne zobrazenie.
- Zachováva rovnobežnosť.
- Zachováva deliaci pomer.
- Priemetom priamky je:
 - bod (priamka je rovnobežná so smerom premietania),
 - priamka (inak).
- Priemetom roviny je:
 - priamka (ak rovina je rovnobežná so smerom premietania),
 - rovina - priemetňa (inak).

- Priemetom dvoch rovnobežných priamok sú:
 - dva body (priamky sú rovnobežné so smerom premietania),
 - priamka (priamky ležia v rovine rovnobežnej so smerom premietania),
 - dve rovnobežné priamky (inak).

- Priemetom dvoch rôznobežných priamok je:
 - priamka (priamky ležia v rovine rovnobežnej so smerom premietania),
 - dve rôznobežné priamky (inak).

- Priemetom dvoch mimobežných priamok sú:
 - dve rovnobežné priamky (ak priamky s nimi rovnobežné prechádzajúce jedným bodom ležia v rovine rovnobežnej so smerom premietania),
 - priamka a bod na nej neležiaci (jedna priamka je rovnobežná so smerom premietania),
 - dve rôznobežné priamky (inak).

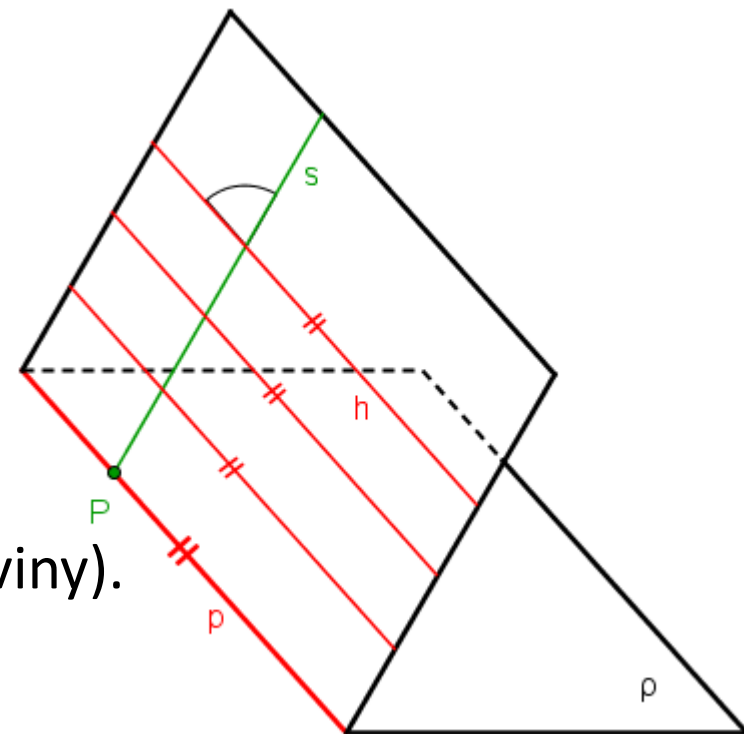
- Priemetom útvaru, ktorý leží v rovine rovnobežnej s priemetňou, je útvar s ním zhodný.
- Priemetom kružnice je:
 - úsečka (ak leží v rovine rovnobežnej so smerom),
 - zhodná kružnica (ak leží v rovine rovnobežnej s priemetňou),
 - elipsa (inak).

Stopník priamky P je priesečník priamky s priemetňou.

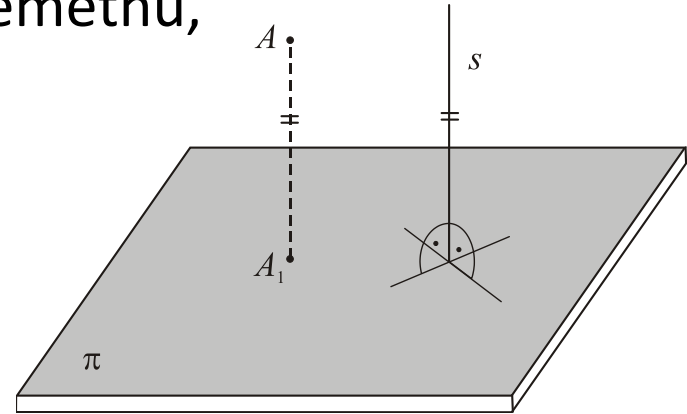
Stopa roviny p je priesečnica roviny s priemetňou.

Hlavná priamka h je priamka roviny rovnobežná s priemetňou (so stopou roviny).

Spádová priamka s je priamka roviny kolmá na stopu roviny.

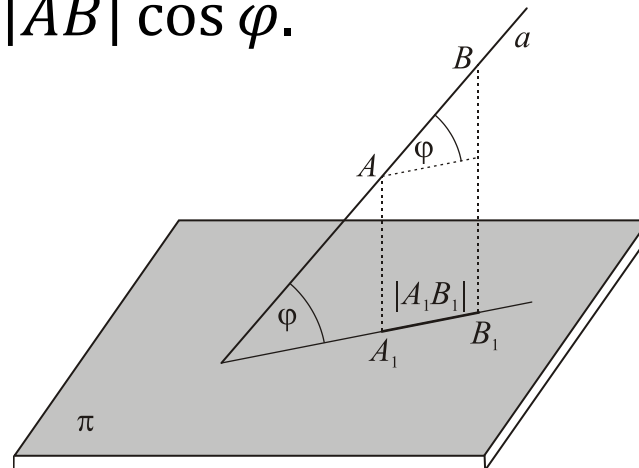


Ak smer premietania je kolmý na priemetňu, hovoríme o **kolmom premietaní**.



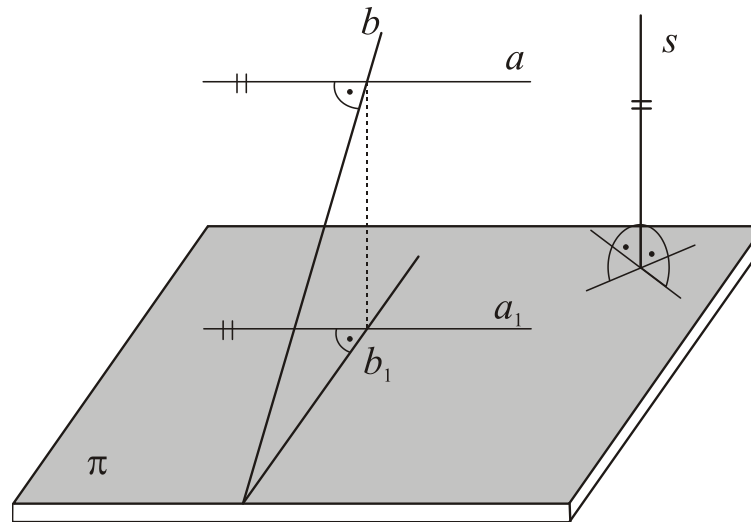
Veta o kolmom priemete úsečky

Nech AB je úsečka, ktorá leží na priamke a a nech priamka a zvierá s priemetňou π uhol φ . Potom pre jej kolmý priemet platí: $|A_1B_1| = |AB| \cos \varphi$.



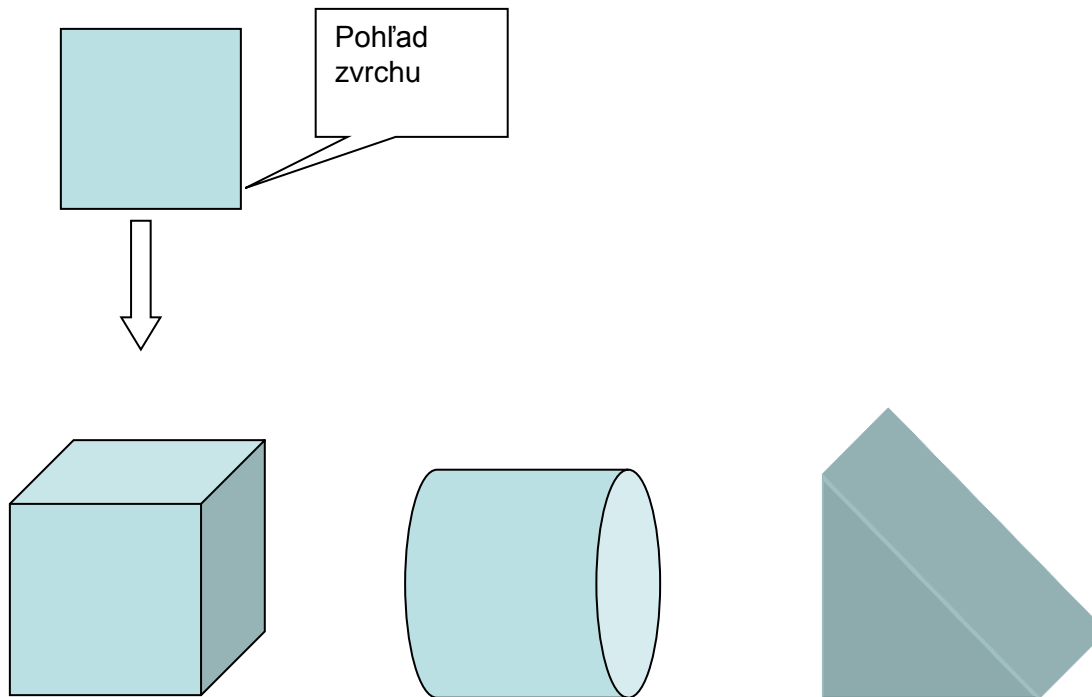
Veta o kolmom priemete pravého uhla

Kolmým priemetom pravého uhla je pravý uhol vtedy a len vtedy, ak aspoň jedno jeho rameno je rovnobežné s priemetňou alebo v nej leží, pričom druhé rameno nie je na priemetňu kolmé.

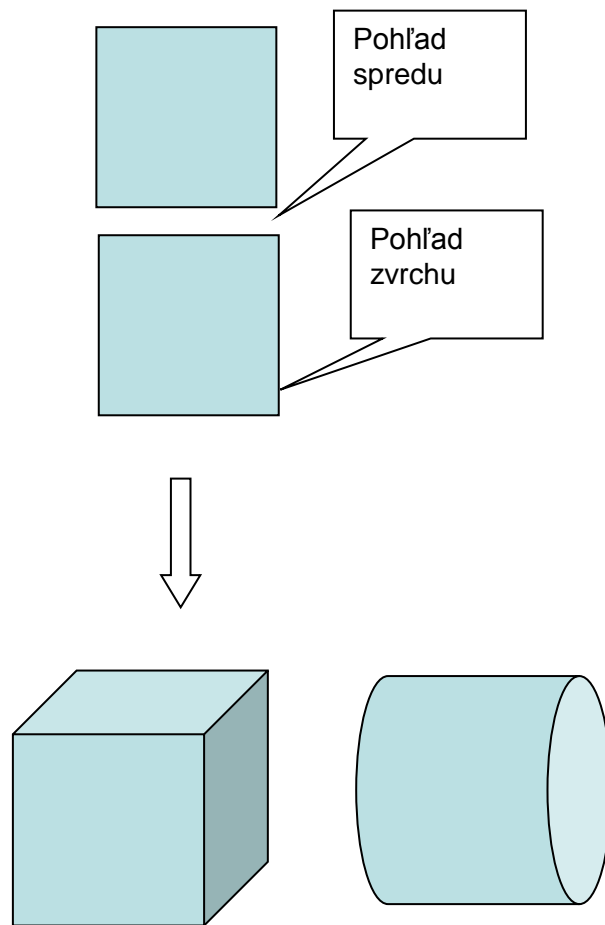


Koľko kolmých priemetov objektu je potrebných na spätnú rekonštrukciu objektu v priestore?

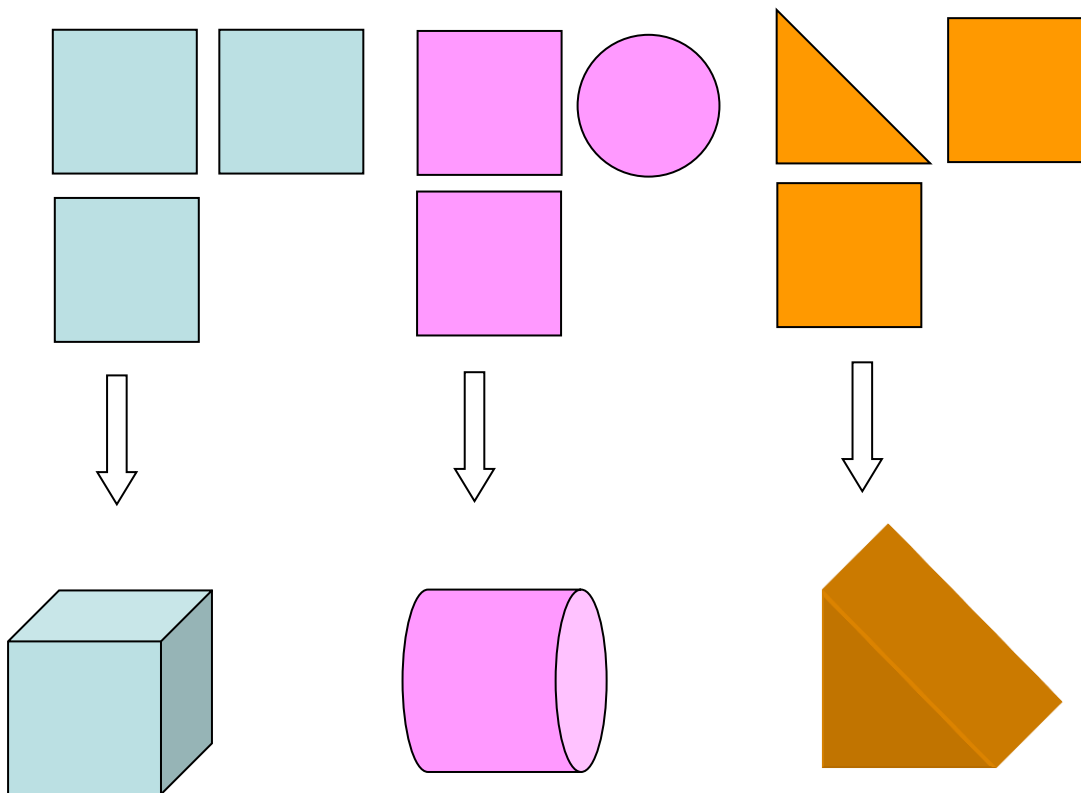
Jeden priemet?



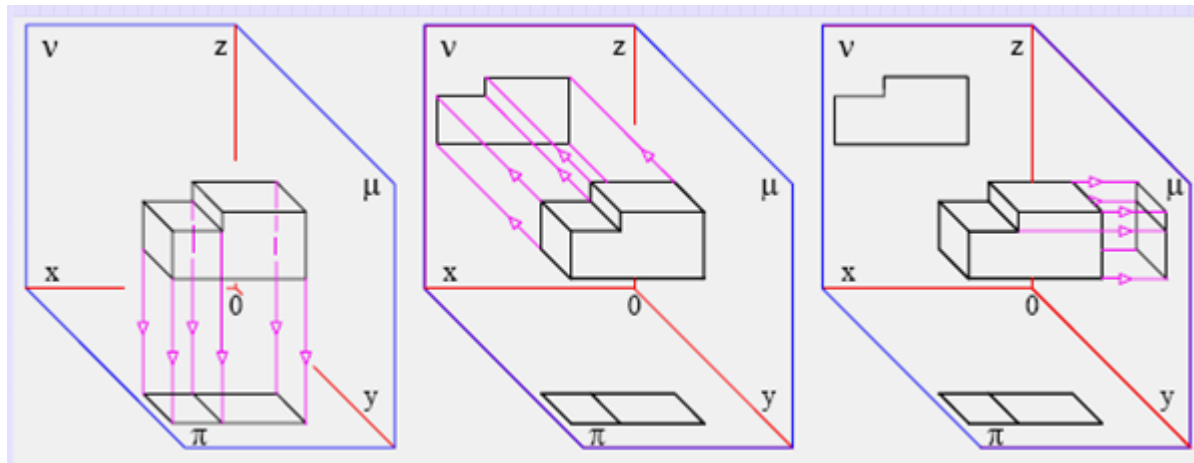
Dva priemety?

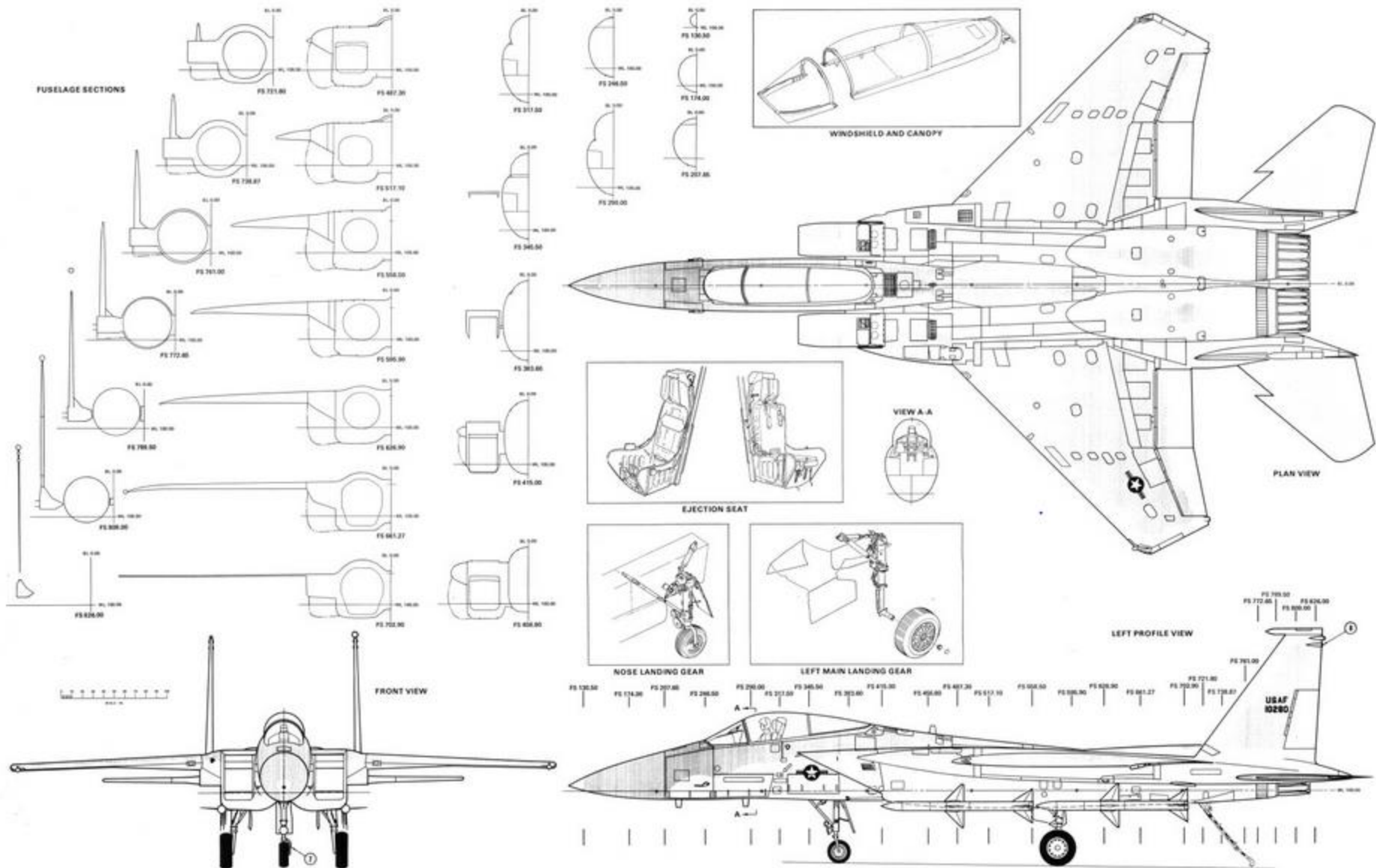


Tri priemety.

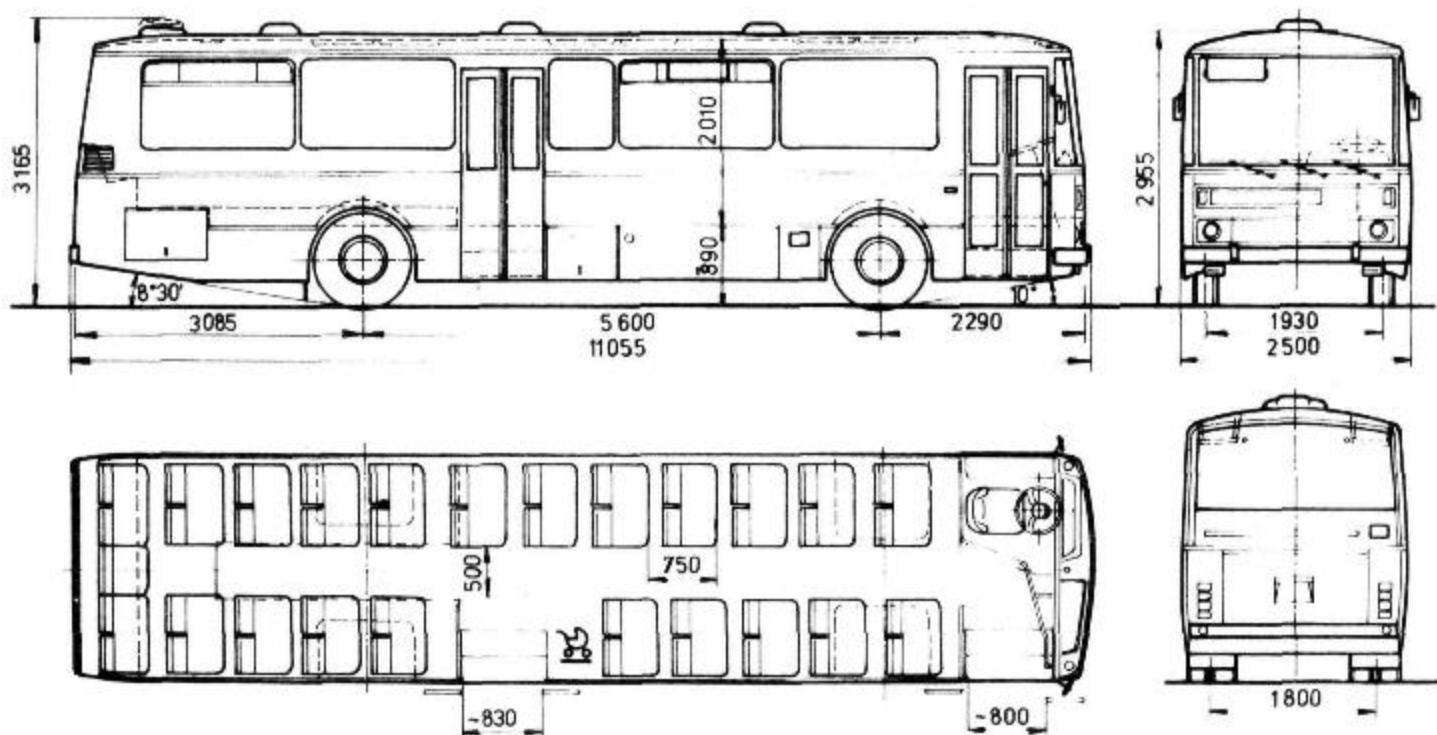


Tri základné pohľady: zvrchu, spredu, zboku.

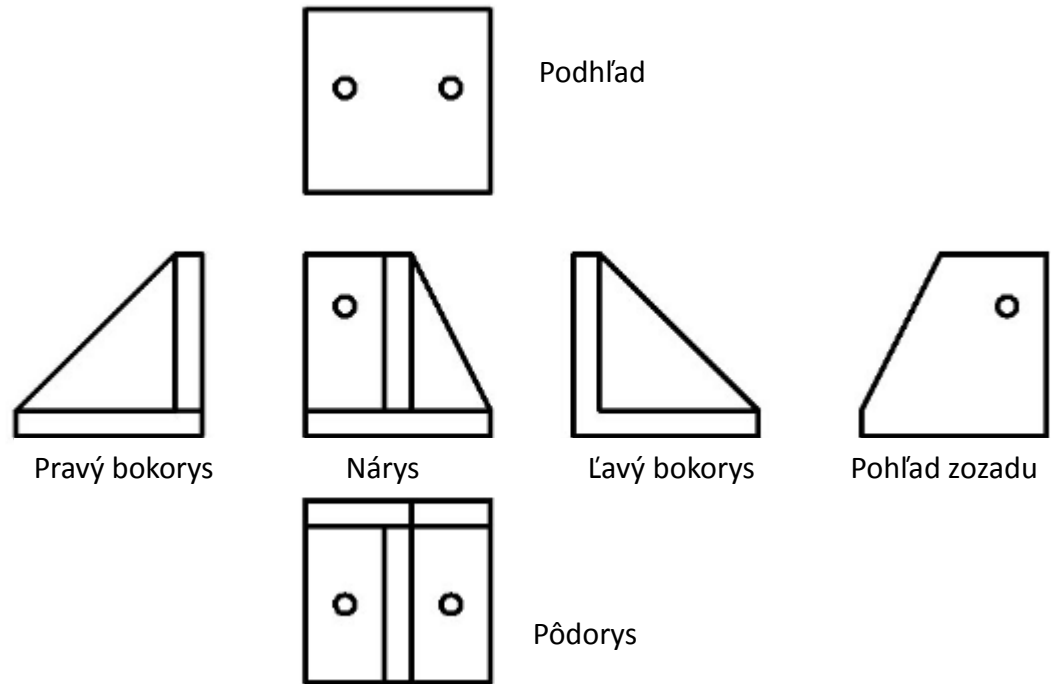




KAROSA C 734



V technickej praxi sa pridávajú ďalšie pohľady na jednoznačné určenie objektu.



Typy rovnobežného premietania, ktoré budeme preberať:

- kótované premietanie
- Mongeovo premietanie
- axonometria

Kótované premietanie

je kolmé premietanie do vodorovnej priemetne π .

Obráz bodu A je určený kolmým priemetom (A_1) a kótou (z^A).

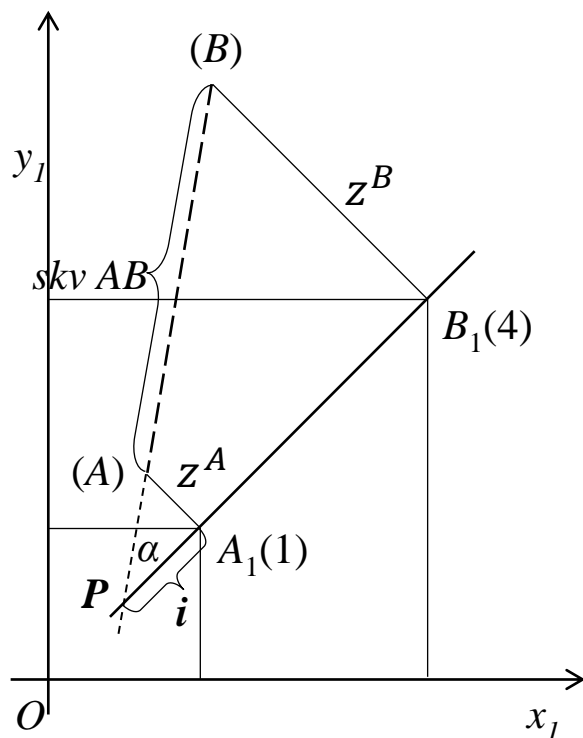
Kóta bodu je orientovaná vzdialenosť bodu od priemetne (z -ová súradnica bodu).

Polohu začiatku súradnicovej sústavy O a súradnicových osí x, y možno voliť podľa potreby.

Používa sa najmä pri riešení grafických úloh o teréne.



Príklad. Zostrojte obrazy bodov $A[2,2,1]$, $B[5,5,4]$ v kótovanom premietaní. Graficky zostrojte skutočnú veľkosť úsečky AB , stopník, spád a interval priamky AB .



Stopník priamky P je priesečník kolmého priemetu A_1B_1 priamky so svojim sklopeným obrazom $(A)(B)$.

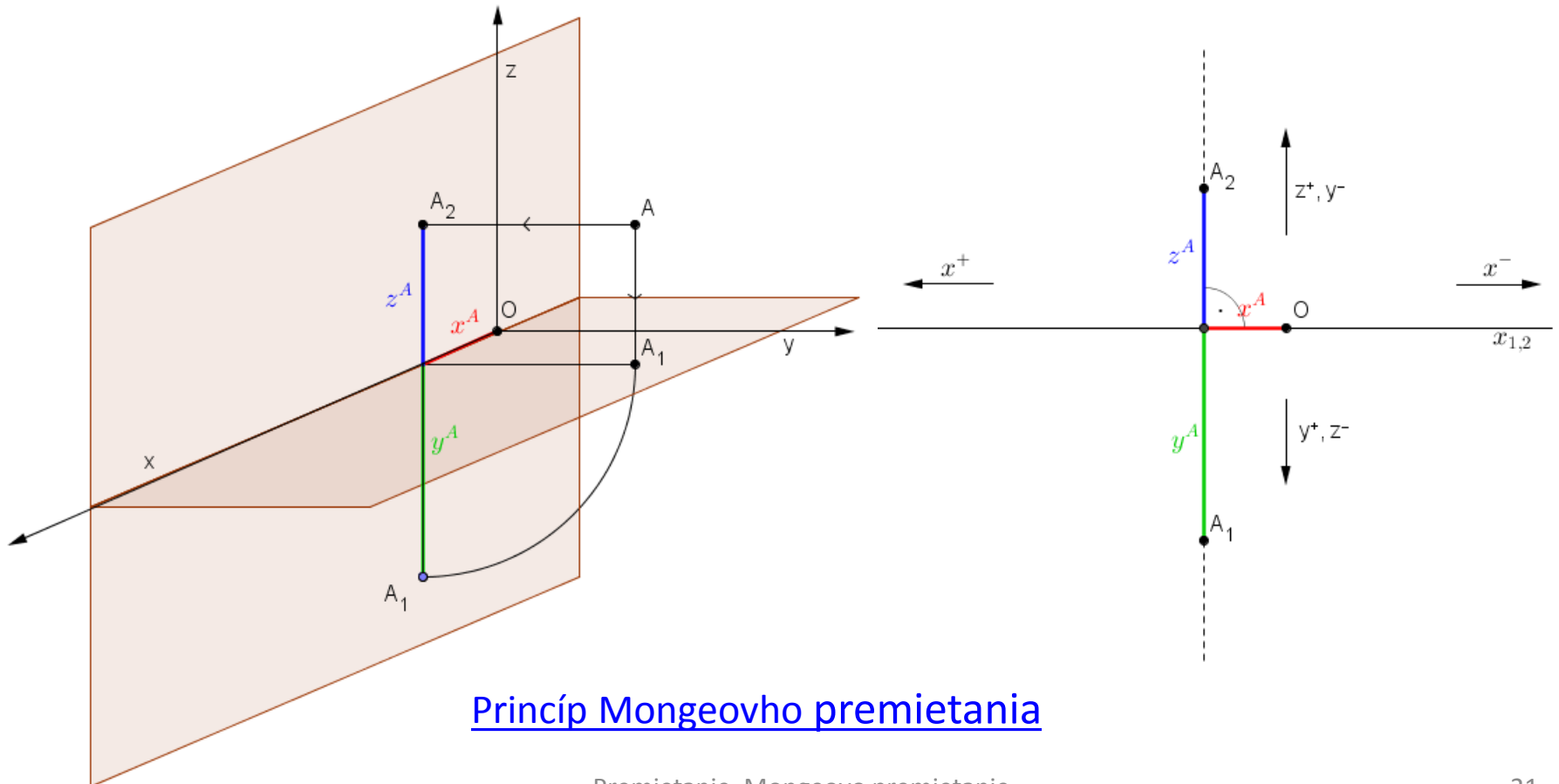
Spád priamky je tangens uhla α , ktorý zvierajú priamka s priemetňou, t.j. tangens uhla, ktorý zvierajú priamky A_1B_1 a $(A)(B)$.

Interval priamky je dĺžka kolmého priemetu takej úsečky na priamke, ktorej krajné body majú absolútnu hodnotu rozdielu kót rovnú jednej.

Spád priamky predstavuje prevrátenú hodnotu intervalu priamky.

Mongeovo premietanie

je kolmé premietanie na dve na seba kolmé priemetne:
pôdorysňu π určenú osami x, y (vodorovnú) a nárýsňu ν určenú
osami x, z (zvislú).



Mongeovo premietanie (MP) je zobrazenie, ktoré každému bodu $A \in E_3$ priradí usporiadanú dvojicu bodov (A_1, A_2) .

Os x , ktorá je totožná s oboma svojimi priemetmi budeme označovať $x_{1,2}$.

Príklad. V Mongeovom premietaní zostrojte obrazy bodov $A[3,2,0]$, $B[0, -2,3]$, $C[-2,2, -1]$, $D[-4, -2, -3]$.

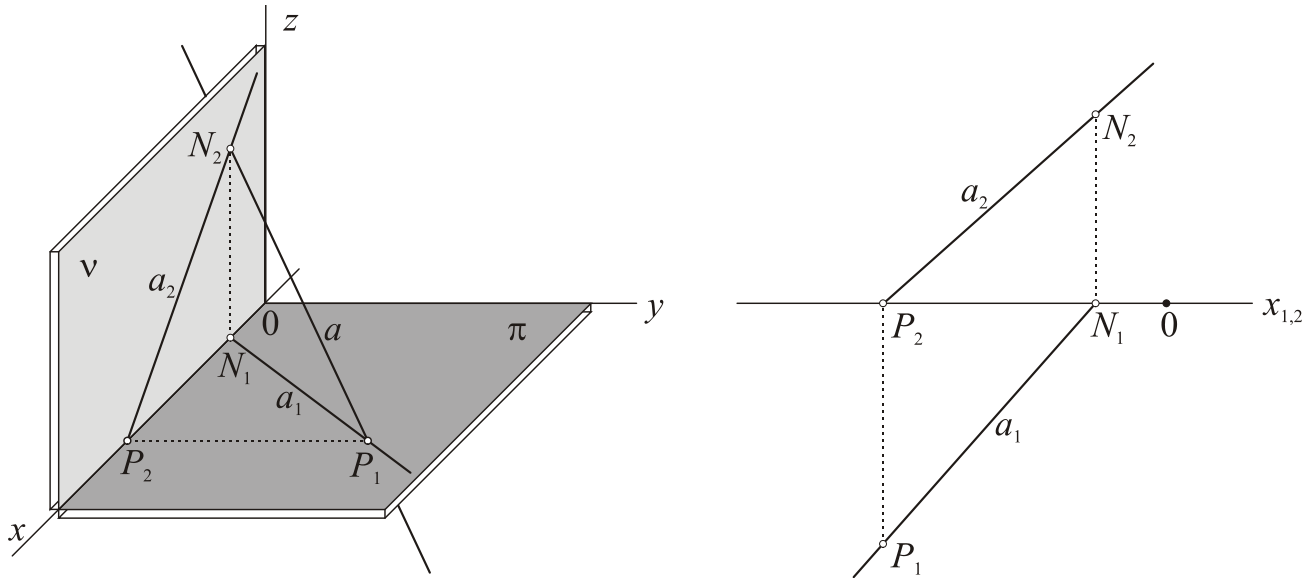
Priamka, stopníky priamky

Obraz priamky a v MP je určený prvým a druhým priemetom priamky (a_1, a_2) .

Pôdorysný stopník P je priesečník priamky s pôdorysňou, $P(P_1, P_2), P_1 = P, P_2 \in x_{12}$.

Nárysný stopník N je priesečník priamky s nárysňou, $N(N_1, N_2), N_1 \in x_{12}, N_2 = N$.

Poznámka. Niektorý stopník aj nemusí existovať, prípadne, ak priamka leží v priemetni, tak každý jej bod je zároveň jej stopníkom.



P: $a_2 \cap x_{12} = P_2 \dots \perp x_{12} \rightarrow P_1 \in a_1$

N: $a_1 \cap x_{12} = N_1 \dots \perp x_{12} \rightarrow N_2 \in a_2$

Príklad. Zostrojte stopníky priamky $a = AB$, $A[3,4,-1]$, $B[-2,-1,3]$.

Rovina, stopy roviny

Obraz roviny v MP je určený stopami.

Pôdorysná stopa p^ρ je priesečnica roviny ρ s pôdorysňou, $p^\rho (p_1^\rho = p^\rho, p_2^\rho = x_{12})$.

Nárysná stopa n^ρ je priesečnica roviny ρ s nárysňou, $n^\rho (n_1^\rho = x_{12}, n_2^\rho = n^\rho)$.

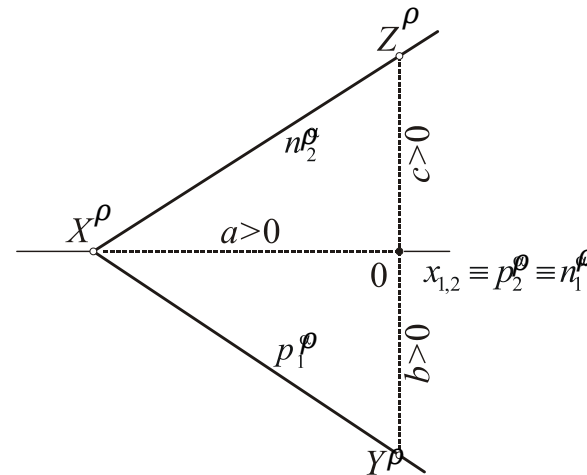
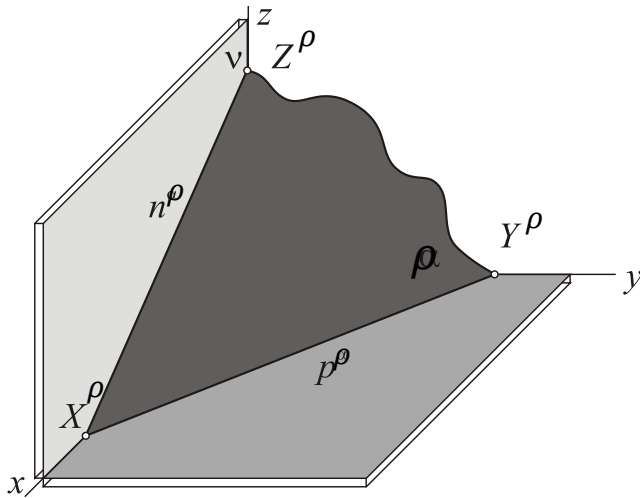
Nech je rovina určená všeobecnou rovnicou $ax + by + cz + d = 0$.

Stopy roviny zostrojíme pomocou priesečníkov roviny so súradnicovými osami.

$$\rho \cap x = X^\rho, \quad \rho \cap y = Y^\rho, \quad \rho \cap z = Z^\rho$$

$$X^\rho[x, 0, 0], \quad Y^\rho[0, y, 0], \quad Z^\rho[0, 0, z],$$

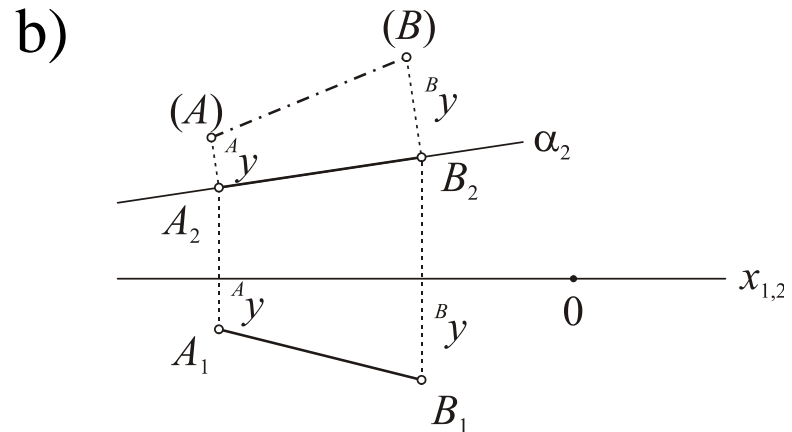
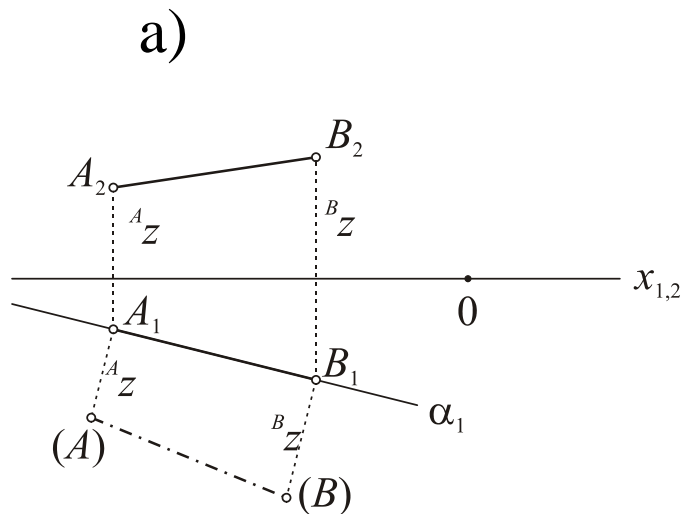
$$X^\rho Y^\rho = p^\rho, \quad X^\rho Z^\rho = n^\rho$$



Príklad. Zostrojte stopy rovín $\rho: 3x + 2y + z - 6 = 0$,
 $\alpha: 3x - 8y + 12 = 0$.

Skutočná veľkosť úsečky

Ak poznáme prvý a druhý priemet úsečky, tak jej skutočnú veľkosť graficky zostrojíme sklopením kolmo premietacej roviny priamky a) do pôdorysne alebo b) do nárýsne.



Príklad. Zostrojte graficky skutočnú veľkosť úsečky AB ,
 $A[3,3,-1]$, $B[-1,1,3]$.

Zobrazenie jednoduchých telies s podstavou v priemetniach

Príklad. Zostrojte prvý a druhý priemet rotačného kužeľa s podstavou v nárysi, $S[3,0,3]$, $r = 2$, $v = 5$.

[Kužel v priestore](#)

Ďakujem za pozornosť.

