

ŽILINSKÁ UNIVERZITA V ŽILINE
Fakulta prevádzky a ekonomiky dopravy a spojov
Katedra kvantitatívnych metód a hospodárskej
informatiky



DESKRIPTÍVNA GEOMETRIA DNES A ZAJTRA

ZBORNÍK PRÍSPEVKOV

2017
Žilina, Slovenská Republika

Organizátor

Katedra kvantitatívnych metód a hospodárskej informatiky, Fakulta prevádzky a ekonomiky dopravy a spojov, Žilinská univerzita v Žiline

Zostavovateľ

RNDr. Marek Ďurica, PhD.

Názov

Deskriptívna geometria dnes a zajtra

Vydala

Žilinská univerzita v Žiline v EDIS-vydavateľskom centre ŽU v roku 2017
ako svoju 4331. publikáciu

Prvé vydanie, 75 strán, náklad 50 CD

ISBN 978-80-554-1409-6

Recenzovaný zborník príspevkov z konferencie

Vedecký výbor

doc. RNDr. Vojtech Bálint, CSc.

doc. RNDr. Daniela Velichová, CSc., mim. prof.

Organizačný a programový výbor

Mgr. Bc. Peter Adamko, PhD.

Mgr. Viera Čmelková, PhD.

RNDr. Marek Ďurica, PhD.

RNDr. Michaela Holešová, PhD.

RNDr. Iveta Ilavská, PhD.

RNDr. Marta Knutelská, PhD.

RNDr. Daniela Šusteková, PhD.

Recenzenti

doc. RNDr. Vojtech Bálint, CSc.

RNDr. Michaela Holešová, PhD.

RNDr. Iveta Ilavská, PhD.

Zostavovateľ

RNDr. Marek Ďurica, PhD.

Všetky práva vyhradené. Toto dielo ani žiadnu jeho časť nemožno reprodukovat', ukladať do informačných systémov alebo inak rozširovať bez súhlasu majiteľov práv.

Za odbornú a jazykovú stránku tohto zborníka zodpovedajú autori jednotlivých prác. Rukopisy neprešli jazykovou úpravou.

© 2017 Katedra kvantitatívnych metód a hospodárskej informatiky, Fakulta prevádzky a ekonomiky dopravy a spojov, Žilinská univerzita v Žiline

nepredajné

ISBN 978-80-554-1409-6

Obsah

Študujme deskriptívnu geometriu

Martina Bátorová, Soňa Kudličková, Pavel Chalmovianský 5

Testovanie priestorovej predstavivosti študentov UNIZA prostredníctvom MRT testu

Viera Čmelková, Marek Ďurica, Iveta Ilavská 10

Používame geometriu v praxi?

Michaela Holešová 15

Modernizácia výučby deskriptívnej geometrie na FMFI UK

Pavel Chalmovianský, Štefan Solčan 20

Rozvíjení prostorové představivosti pomocí úloh ve stereometrii

Marie Chodorová 26

Výuka deskriptivní geometrie na Přírodovědecké fakultě Univerzity Palackého v Olomouci

Lenka Juklová 35

Testovanie priestorovej predstavivosti

Ivana Katreničová, Lucia Baranová 43

Deskriptívna geometria na Technickej univerzite vo Zvolene

Denisa Lizoňová 52

Deskriptívna geometria otvorená pre aplikácie v stavebnej a geodetickej praxi

Margita Vajsábllová 59

Dynamická priestorová geometria

Daniela Velichová 69

Študujme deskriptívnu geometriu

Martina Bátorová¹, Soňa Kudličková², Pavel Chalmovianský³

Katedra algebry, geometrie a didaktiky matematiky (KAGDM)
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky (FMFI)
Univerzita Komenského v Bratislave

¹ E-mail: martina.batorova@fmph.uniba.sk

² E-mail: sona.kudlickova@fmph.uniba.sk

³ E-mail: pavel.chalmoviansky@fmph.uniba.sk

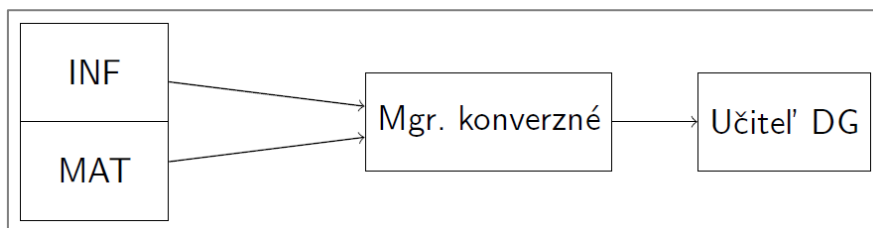
Abstrakt: Príspevok informuje o možnostiach štúdia učiteľstva matematiky a deskriptívnej geometrie na FMFI UK a zameriava sa na ponuku štúdia deskriptívnej geometrie, možnosti zabezpečenia, uplatnenia absolventov i výsledky modernizácie výučby deskriptívnej geometrie a jej propagácie. Informácie sú doplnené o prezentáciu vytvorených študijných materiálov pomocou súčasných informačno-komunikačných technológií.

Kľúčové slová: deskriptívna geometria, uplatnenie absolventov, nové metódy vo výučbe deskriptívnej geometrie, propagácia deskriptívnej geometrie.

1 Možnosti štúdia DG na FMFI UK

Na FMFI UK možno študovať deskriptívnu geometriu (DG) ako odbor učiteľstva akademických predmetov v kombinácii s matematikou. Najskôr ide o bakalársky študijný program dennou formou počas troch akademických rokov a následne o magisterský študijný program v trvaní dvoch rokov. Vytvorené bolo aj trojročné konverzné magisterské štúdium Matematika – deskriptívna geometria ponúkané uchádzačom, ktorí v rámci bakalárskeho štúdia ukončili jednodoborové štúdium príbuzného odboru (najmä matematiky a informatiky) a chcú sa pripraviť v magisterskom štúdiu na pedagogickú dráhu, pozri Obr. 1.

Obrázok 1. Schéma štúdia konverzného štúdia DG



Zdroj: www.fmph.uniba.sk

Informácie ku všetkým trom študijným programom sú dostupné na stránke Fakulty matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave. Pre bakalársky i magisterský stupeň sa prípadný záujemca o štúdium môže oboznámiť s charakteristikou študijných programov a stručnou osnovou štúdia, spolu s možnosťami uplatnenia absolventov. (FMFI UK, 2017a; 2017b).

K dispozícii sú i ukážky reprezentačných záverečných prác a niekoľko popularizačných videoprednášok niektorých vyučujúcich odboru.

2 DG – ponuka, zabezpečenie, uplatnenie

Pre všetky skupiny záujemcov o štúdium DG boli informácie zhrnuté vo forme informačného letáka *Študujme deskriptívnu geometriu*, pozri Obr. 1 a Obr. 2 resp. web (FMFI UK, 2017c).

Štúdium DG na FMFI UK pre záujemcov ponúka nasledujúce výhody a možnosti:

- oboznámenie sa s tradičnými aj modernými grafickými možnosťami zobrazovania dvoj- a trojrozmerného priestoru – algoritmi premietania i spätnej rekonštrukcie zobrazovaných objektov,
- rozvinutie praktických zručností pri presnom zobrazovaní trojrozmerných objektov,
- dôkladné porozumenie a osvojenie si tradičných i moderných metód a výsledkov z oblasti klasickej a súčasnej geometrie,
- porozumenie princípom, flexibilitu a nadhľad v oblasti zobrazovacích metód deskriptívnej geometrie a ich aplikácií v praxi — počítačovo podporovaného projektovania (CAD: Computer Aided Design), počítačovej geometrie, technického kreslenia a i.,
- získanie kvalitných vedomostí z modernej psychológie a pedagogiky a zo základov odbornej didaktiky,
- dôkladný tréning z logiky, analytického myslenia a z metód riešenia problémov,
- možnosť absolvovať časť štúdia v zahraničí v rámci niektorého programu študentskej mobility (napr. Erasmus).

Štúdium DG na bakalárskom stupni a konverznom magisterskom stupni nepredpokladá žiadne predbežné znalosti DG. Navyše, výučba DG je zabezpečená:

- v malých skupinách s individuálnym prístupom vyučujúcich,
- možnosť osobného kontaktu s vyučujúcimi i mimo výučby (semináre, konzultácie, diskusie),
- pomocou moderného technického zabezpečenia a dostupného softvérového vybavenia v inovovaných počítačových učebniach,
- práca s voľne dostupnými systémami počítačovej algebry a vizualizačnými nástrojmi.

Ako dôležitú súčasť informačného letáku (pozri Obr. 2 a Obr. 3) sme považovali uviesť možnosti uplatnenia absolventov štúdia matematiky a deskriptívnej geometrie, medzi ktoré patria:

- po ukončení bakalárskeho programu M-DG existuje možnosť pokračovať v štúdiu na nadväzujúcom magisterskom štúdiu deskriptívnej geometrie a pre absolventov jednodborového bakalárskeho štúdia možnosť konverzného magisterského pokračovania na učiteľstve akademických predmetov M-DG,
- uplatnenie na pozíciách, ktoré vyžadujú prácu s technickými výkresmi, topografickými mapami, rekonštrukciou objektov z fotografií a iné,
- práca v oblastiach, ktoré vyžadujú spracovanie geometrických a grafických informácií,
- programátorské pozície na rozširovaní CAD (Computer Aided Design) systémov,

po absolvovaní magisterského stupňa štúdia resp. konverzného programu výučba DG a matematiky na stredných (gymnáziá, stredné odborné školy, stredné odborné učilištia) a vysokých školách technického zamerania (najmä strojných a stavebných fakultách) a na prírodovedeckých a pedagogických fakultách univerzít.

3 Nové študijné materiály s využitím IKT vo výučbe DG

Na inovatívnu podporu vyučovania a propagáciu DG a príbuzných disciplín (napr. počítačovej grafiky) na našej fakulte vzniklo a stále vzniká viacero nových materiálov a iných výstupov. Ich autormi sú členovia kolektívu KAGDM FMFI UK aj s podporou rôznych grantových schém (napr. VEGA resp. podpora prostredníctvom Európskeho sociálneho fondu). Príkladom takýchto výstupov sú napr.:

- propagačné video *Boid Gus Butterfly Bee* (Bohdal, 2016),
- interaktívne materiály vytvorené v MS PowerPoint: *Axonometria* a *Rotačné plochy* (Tisoň & Kudličková, 2015)

Pre grafickú vizualizáciu kriviek a plôch vznikol v rámci diplomovej práce program *Splines and Surfaces* (Bezák, 2016), ktorý je používaný v rámci výučby viacerých predmetov študijného programu Počítačová grafika a geometria.

V rámci bakalárskych prác študentov M-DG sa dáva dôraz na voľne šíriteľný softvér *GeoGebra* (GeoGebra, 2017). Príkladmi úspešne obhájených a následne používaných kvalifikačných prác sú napr.:

- *Metrické vlastnosti elipsy* (Mackovová, 2016a). Táto bakalárska práca obsahuje teoretické základy a 25 riešených úloh v interakcii s GeoGebrou.
- *Elipsa v GeoGebre* (Mackovová, 2016b). Autorka vo svojej práci uverejnenej v rámci Študentskej vedeckej konferencie vedie ku konštrukciám elipsy, oskulačných kružníc a dotyčníc neformálnou cestou.
- *Styčné a dotykové roviny geometrických telies* (Hansmanová, 2017). Inšpiráciu pre bakalársku prácu tvoril článok (Kmeťová & Vitézová, 2015) venovaný tvorbe anaglyfických obrázkov priestorových scén. Obdobný prístup bol použitý i na spracovanie tematiky styčných a dotykových rovín gule, valca, kužeľa, ihlana a hranola. Práca nachádza vynikajúce uplatnenie pri budovaní priestorovej predstavivosti resp. pri prezentácii tematiky v rámci výučby DG.
- *Interaktívna vizualizácia vybraných kvadratických foriem* (Pozsonyiová, 2016). Výstupy práce sú využívané pri výučbe klasickej teórie kužeľosečiek pre magisterské štúdium učiteľstva matematiky v rámci predmetu *Elementárna teória kvadratických útvarov* na FMFI UK.

Texty a výstupy bakalárskych a diplomových prác sú umiestňované spolu s elektronickými študijnými materiálmi na stránke Oddelenia geometrie KAGDM FMFI UK resp. na stránkach vyučujúcich a sú prístupné širokému počtu záujemcov, teda aj potenciálnych študentov deskriptívnej geometrie.

4 Propagácia štúdia DG

V rámci propagácie štúdia na našej fakulte sa pravidelne uskutočňujú *Dni otvorených dverí*, poz. odkaz (DOD, 2017), kde vyučujúci formou krátkych popularizačných prednášok predstavujú zaujímavé koncepty z niektorej oblasti štúdia. Vyučujúci DG sú na týchto podujatiach pravidelnými referujúcimi, za posledných päť rokov odznelo päť motivačných príspevkov na rôzne témy z geometrie ako takej aj deskriptívnej geometrie samotnej. Video záznamy troch týchto prednášok sú voľne dostupné na fakultnom YouTube kanáli (MatfyzJeIn, 2017) resp. na webe fakulty a stránke Oddelenia geometrie KAGDM FMFI UK (Web OG, 2017).

Našou snahou je získať záujemcov o štúdium DG. Preto sme umiestnili na informačný leták súbor motivačných otázok:

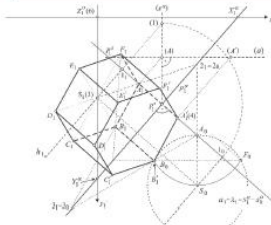
- Máš priestorovú predstavivosť?
- Kreslíš si obrázky do poznámok?
- Uvažuješ vizuálne?
- Chceš porozumieť technickým výkresom?
- Chceš vedieť vytvárať nákresy ako architekti, strojárni alebo dizajnéri?
- Chceš pochopiť princípy realistickej kresby?
- Zaujíma Ťa geometrické zákulisie Google StreetView a 3D filmu?
- Ak aspoň na jednu predchádzajúcu otázku odpovedáš kladne, pod's nami objavovať tajuplné zákutia a krásy geometrie!

Ich cieľom bolo osloviť stredoškóľakov, ktorí sa s DG nikdy vedome nestretli, a tak je obsah tohto pojmu a odboru pre nich neznámou – prostredníctvom odpovedí na sériu jednoduchých otázok je možné upútať ich pozornosť a možno i vzbudiť v nich prípadný záujem o štúdium DG.

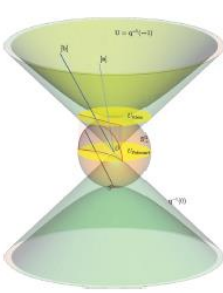
Obrázok 2. Predná strana informačno-propagačného letáku

Uplatnenie absolventov

- po ukončení bakalárskeho programu je možné pokračovať v štúdiu na nadväzujúcom magisterskom štúdiu deskriptívnej geometrie
- pozície vyžadujúce prácu so strojárskymi a stavebnými technickými výkresmi, topografickými mapami a rekonštrukciou objektov z fotografií
- práca v priemysle, vo finančníctve a v službách vyžadujúca spracovanie geometrických a grafických informácií
- programátorské pozície na rozširovaní CAD (Computer Aided Design) systémov
- po absolvovaní magisterského stupňa štúdia výučba deskriptívnej geometrie a matematiky na stredných (gymnáziá, stredné odborné školy, stredné odborné učilištia) a vysokých školách technického zamerania (najmä strojníckych a stavebných fakultách), prírodovedeckých a pedagogických fakultách univerzít.



Máš priestorovú predstavivosť?
Kreslíš si obrázky do poznámok?
Uvažuješ vizuálne?
Chceš porozumieť technickým výkresom?
Chceš vedieť vytvárať nákresy ako architekti, strojár alebo dizajnéri?
Chceš pochopiť princípy realistickej kresby?
Zaujímajú Ťa geometrické zákulisie Google StreetView a 3D filmu?



Ak aspoň na jednu predchádzajúcu otázku odpovedáš kladne,
poď s nami objavovať tajuplné zákutia a krásy geometrie!

**ŠTUDUJME
DESKRIPTÍVNU
GEOMETRIU**

ako odbor učiteľstva akademických predmetov
v kombinácii s matematikou
(bakalársky študijný program, denná forma, 3 roky)

**na Fakulte matematiky,
fyziky a informatiky
Univerzity Komenského
v Bratislave**



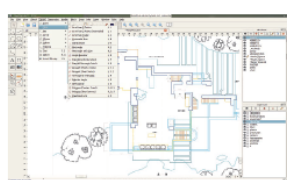
www.fmph.uniba.sk

Zdroj: www.fmph.uniba.sk

Obrázok 3. Zadná strana informačno-propagačného letáku

Ponúkame

- oboznámenie sa s tradičnými aj modernými grafickými možnosťami zobrazovania dvoj- a trojrozmerného priestoru — algoritmami premietania i spätnej rekonštrukcie zobrazovaných objektov,
- rozvinutie praktických zručností pri presnom zobrazovaní trojrozmerných objektov,
- dôkladné porozumenie a osvojenie si tradičných i moderných metód a výsledkov z oblasti klasickej a súčasnej geometrie,
- porozumenie princípom, flexibilitu a nadhľad v oblasti zobrazovacích metód deskriptívnej geometrie a ich aplikácií v praxi — počítačovo podporovaného projektovania (CAD: Computer Aided Design), počítačovej geometrie, technického kreslenia a i.,
- získanie kvalitných vedomostí z modernej psychológie a pedagogiky a zo základov odborovej didaktiky,



- dôkladný tréning z logiky, analytického myslenia a z metód riešenia problémov,
- možnosť absolvovať časť štúdia v zahraničí v rámci niektorého programu študentskej mobility (napr. Erasmus).

Zabezpečujeme

- výučbu v malých skupinách s individuálnym prístupom vyučujúcich,
- možnosť osobného kontaktu s vyučujúcimi i mimo výučby (semináre, konzultácie, diskusie),
- moderné technické zabezpečenie v inovovaných počítačových učebniach.

Predpoklady štúdia a podmienky prijatia

Štúdium bakalárskeho stupňa učiteľstva deskriptívnej geometrie nepredpokladá žiadne predbežné znalosti deskriptívnej geometrie.

Na bakalárske štúdium priamo nadväzuje akreditované magisterské štúdium učiteľstva deskriptívnej geometrie v kombinácii (aj v prípade, že bakalárske štúdium neobsahovalo predmety deskriptívnej geometrie).

Ďalšie informácie o odbore je možné získať na <http://fmph.uniba.sk/studium/bakalarske-studium/ucitelstvo-deskriptivnej-geometrie-v-kombinacii/>

FMFI UK
Mlynska dolina
842 48 Bratislava
www.fmph.uniba.sk

Kontakty

Katedra algebry, geometrie a didaktiky matematiky
(Oddelenie geometrie)

<https://flurry.dg.fmph.uniba.sk/webog/sk.html>



doc. RNDr. Pavel Chalmovianský, PhD.
(garant študijného programu)
pracovňa: M 158
telefón: 02/602 95 229
Pavel.Chalmoviansky@fmph.uniba.sk



RNDr. Soňa Kudličková, CSc.
(tutorka študijného programu)
pracovňa: M 154
telefón: 02/602 95 390
Sona.Kudlickova@fmph.uniba.sk



doc. RNDr. Štefan Solcán, CSc.
(využívajúci študijného programu)
pracovňa: M 157
telefón: 02/602 95 266
Stefan.Solcan@fmph.uniba.sk

Prihlášky na štúdium

Vyplnením elektronickej prihlášky na stránkach fakulty a zaslaním materiálov na adresu fakulty.

Bližšie informácie na <http://fmph.uniba.sk>.

Tel.: ++421 2 602 95 111 (spojovateľ)
Tel.: ++421 2 654 27 086 (študijné oddelenie)
E-mail: so@fmph.uniba.sk

Zdroj: www.fmph.uniba.sk

Literatúra

- Bezák, P., 2016. *Splines and Surfaces*. Bratislava: FMFI UK. (diplomová práca)
- Bohdal, R., 2016. *Boid Gus Butterfly Bee* (.mp4). Dostupné na: <http://flurry.dg.fmph.uniba.sk/kagdm/aboutus-sk.php> [citované 22. júna 2017]
- DOD, 2017. Deň otvorených dverí FMFI UK. Dostupné na: <https://fmph.uniba.sk/sluzby-pre-verejnost/den-otvorených-dveri/> [citované 22. júna 2017]
- FMFI UK, 2017a. Učiteľstvo deskriptívnej geometrie v kombinácii – Bakalársky študijný program. Dostupné na: <https://fmph.uniba.sk/studium/programy/ucitelstvo-%20deskriptivnej-geometrie-v-kombinacii/> [citované 22. júna 2017]
- FMFI UK, 2017b. Učiteľstvo deskriptívnej geometrie v kombinácii – Magisterský študijný program. Dostupné na: <https://fmph.uniba.sk/studium/magisterske-studium/ucitelstvo-deskriptivnej-geometrie-v-kombinacii/> [citované 22. júna 2017]
- FMFI UK, 2017c. Študujme deskriptívnu geometriu – Informačný leták štúdia deskriptívnej geometrie v kombinácii na FMFI UK. Dostupné na: https://fmph.uniba.sk/fileadmin/fmfi/studium/letaky/ucit_dg.pdf [citované 22. júna 2017]
- GeoGebra, 2017. Dostupné na: <http://www.geogebra.org> [citované 22. júna 2017]
- Hansmanová, D., 2017. *Styčné a dotykové roviny geometrických telies*. Bratislava: FMFI UK. (bakalárska práca)
- Kmeťová, M., Vitězová, Z., 2015. *Anaglyfy a ich využitie vo vyučovaní geometrie*. In: G – slovenský časopis pre geometriu a grafiku, vol. 12, no. 23, s. 31-36. ISSN 1336-524X
- Mackovová, A., 2016a. *Metrické vlastnosti elipsy*. FMFI UK: Bratislava (bakalárska práca)
- Mackovová, A., 2016b. Elipsa v GeoGebre. In: *Študentská vedecká konferencia*, vol. 1, no. 1, s. 299-304. ISBN 978-1541342941. Dostupné na: <http://compbio.fmph.uniba.sk/svk2016/svk2016-zbornik.pdf> [citované 22. júna 2017]
- MatfyzJeIn, 2017. MatfyzJeIn – Youtube kanál FMFI UK. Dostupné na: <https://www.youtube.com/user/MatFyzjeIn> [citované 22. júna 2017]
- Pozsonyiová, V., 2016. *Interaktívna vizualizácia vybraných kvadratických foriem*. Bratislava: FMFI UK. (bakalárska práca)
- Tisoň, M., Kudličková, S., 2015. *Geometrické základy počítačovej geometrie*. Bratislava: Knižničné a edičné centrum FMFI UK v Bratislave. ISBN 978-80-8147-040-0. (CD nosič)
- Web OG, 2017. Webstránka Oddelenia geometrie KAGDM FMFI UK venovaná štúdiu DG a príbuzných disciplín. Dostupné na: <https://flurry.dg.fmph.uniba.sk/webog/sk/studium> [citované 22. júna 2017]

Testovanie priestorovej predstavivosti študentov UNIZA prostredníctvom MRT testu

Viera Čmelková¹, Marek Ďurica², Iveta Ilavská³

¹ Žilinská univerzita v Žiline, Fakulta prevádzky a ekonomiky dopravy a spojov, Katedra kvantitatívnych metód a hospodárskej informatiky, Univerzitná 1, 010 26 Žilina, Slovenská republika
E-mail: viera.cmelkova@fpedas.uniza.sk

² Žilinská univerzita v Žiline, Fakulta prevádzky a ekonomiky dopravy a spojov, Katedra kvantitatívnych metód a hospodárskej informatiky, Univerzitná 1, 010 26 Žilina, Slovenská republika
E-mail: marek.durica@fpedas.uniza.sk

³ Žilinská univerzita v Žiline, Fakulta prevádzky a ekonomiky dopravy a spojov, Katedra kvantitatívnych metód a hospodárskej informatiky, Univerzitná 1, 010 26 Žilina, Slovenská republika
E-mail: iveta.ilavska@fpedas.uniza.sk

Abstrakt: V tomto článku prezentujeme výsledky nášho výskumu priestorovej predstavivosti študentov a jej rozvoja. Výskumu sa zúčastnili študenti prvého ročníka bakalárskeho stupňa na Fakulte prevádzky a ekonomiky dopravy a spojov Žilinskej univerzity v Žiline. Na výskum sme použili Vandenbergov a Kuseov test (tzv. Mental Rotation Test). Študenti boli testovaní dvakrát a to na začiatku a na konci prvého semestra ich štúdia. Na základe výsledkov prvého testovania pomocou exaktných štatistických testov analyzujeme vplyv faktorov, ako je typ strednej školy, absolvovanie maturity z matematiky, apod. na ich priestorovú predstavivosť. Cieľom druhého testovania je testovanie očakávaného pozitívneho vplyvu absolvovania predmetu Geometria na rozvoj priestorovej predstavivosti študentov.

Kľúčové slová: priestorová predstavivosť, test mentálnej rotácie, geometria, popisná geometria, neparametrický test.

1 Úvod

Predstavivosť je jedna z najdôležitejších schopností, ktoré máme a môžeme rozvíjať. Pomáha nám pri rozvíjaní našej osobnosti, pri zapamätávaní, je podstatou všetkých tvorivých činností. Stretávame sa s ňou pri každodenných činnostiach, napr. pri práci na PC, pri športe alebo v domácnostiach. Mnohé nesmrteľné diela známych maliarov, sochárov, architektov vznikli najskôr v ich mysli, a až potom došlo k ich realizovaniu. Mnohokrát si ich uchováame v našich myšliach, dookola si ich vybavujeme, obdivujeme ich krásu.

Predstavivosť zohráva dôležitú úlohu aj v geometrii. Na jednej strane riešenie geometrických úloh zlepšuje našu priestorovú predstavivosť, na druhej strane riešenie úloh na priestorovú predstavivosť pomáha zlepšiť výsledky v geometrii. Už na základných školách sa žiaci učia rozoznávať geometrické tvary, ako je trojuholník, štvorec, obdĺžnik, na základe ich charakteristických vlastností. Geometria však mnohokrát robí problémy žiakom i študentom na všetkých stupňoch škôl, kde pravdepodobnou príčinou je fakt, že sa jej na prvom stupni ZŠ nevenuje dostatočná pozornosť. J. Molnár (2009) vo svojej knihe Rozvíjanie priestorovej predstavivosti (nielen) v stereometrii uvádza: "Vlastne sa dá povedať, že pri vstupe do školy je geometrická predstavivosť detí na omnoho vyššej úrovni, než učebné osnovy matematiky pre základnú školu predpokladajú." Podľa Piageta a Inhelderovej (2010) existujú vhodné obdobia pre rozvíjanie priestorovej predstavivosti. Z prvých týchto období je vek 5-6 rokov a druhým obdobím je vek 11-12 rokov. Keď sa tieto vhodné obdobia premeškajú, stráca sa možnosť rozvinutia uvedených schopností na takú úroveň, ktorú toto obdobie ponúka. Veľakrát sa už ani nedoženie.

Dobrá predstavivosť však človek nemá vrodenu. Dá sa ale „trénovať“. Je to potešiteľné, keďže súvisí s efektívnym učením, s rozvojom osobnosti, úspešnosťou v živote. Čím skôr s „trénovaním“ začneme, tým väčšie úspechy môžeme očakávať. (Brincková, et al., 2013) Existuje mnoho didaktických hier, ktoré tomu dopomáhajú, napr. Tangram, či iné hlavolamy.

Žilinská univerzita v Žiline je etablovanou univerzitou na Slovensku. Už od počiatkov bolo ťažisko štúdia položené na technické, dopravné a ekonomické oblasti. Fakulta prevádzky a ekonomiky dopravy a spojov poskytuje študentom vzdelanie v oblasti ekonomicko-dopravnej. Jedným z viacerých študijných odborov sú študijné odbory Cestná doprava a Vodná doprava. Študenti tohto študijného odboru boli zahrnutí do výskumu priestorovej predstavivosti študentov za Žilinskú univerzitu.

Keďže nás zaujímalo, ako sú na tom s priestorovou predstavivosťou študenti prvého ročníka tejto fakulty, rozhodli sme sa otestovať ich schopnosti. Tiež sme testovali zlepšenie ich priestorovej predstavivosti absolvovaním predmetu Geometria. Pri našom testovaní sme použili test priestorovej predstavivosti Mental Rotation Test (MRT). Analýza priestorovej predstavivosti prostredníctvom MRT testu je relatívne často diskutovanou témou. (Bölcskei, et al., 2013; Geiser, et al., 2006; Ozer, 1987)

2 Metodológia

Testovali sme priestorovú predstavivosť študentov prostredníctvom MRT testu na vzorke študentov Žilinskej univerzity (ŽU) zo študijných programov Cestná doprava a Vodná doprava. Testovali sme študentov prvého ročníka, pretože sme tiež chceli otestovať vplyv absolvovania predmetu Geometria na rozvoj ich priestorovej predstavivosti. Testovanie prebiehalo v akademickom roku 2015/2016.

Výskum pozostával z troch fáz. V prvej fáze sme testovali študentov ŽU hneď na začiatku zimného semestra, t.j. ešte pre absolvovaním predmetu Geometria. Študenti mohli z tohto testu získať body v rozmedzí 0 až 40 bodov (kvantitatívna premenná *bodyZS*). Ďalej sme o testovaných študentoch získali aj ďalšie kategoriálne údaje:

- Premenná *SS* - typ ukončenej strednej školy (*G* - gymnázium, *SŠ* - stredná škola alebo *SOŠ* stredná odborná škola);
- premenná *odbor* - odbor štúdia na VŠ (*CD* - cestná doprava alebo *VD* - vodná doprava);
- premenná *maturita* - informácia o tom, či daný študent maturoval (*A*) z matematiky alebo nie (*N*);
- premenná *ruka* - informácia o tom, ktorou rukou študent píše, t.j. či je ľavák (*L*) alebo pravák (*P*).

Tieto údaje sme neskôr doplnili o hodnotenie z predmetu Geometria (kvalitatívna premenná *známka*: *A* – výborne, *B* – veľmi dobre, *C* – dobre, *D* – uspokojivo, *E* – dostatočne, *FX* – nedostatočne, *X* – žiadne hodnotenie), ktorý študenti neskôr absolvovali. Táto premenná by mala mať významný pozitívny vplyv na výsledky testovania v druhej fáze, resp. na rozdiel vo výsledkoch testovania v tejto fáze oproti výsledkom z prvej fázy testovania. Všetky tieto premenné sme si vybrali ako tie, ktoré by mohli mať relevantný vplyv na ich priestorovú predstavivosť resp. na výsledky MRT testu.

Druhá fáza spočívala v opätovnom testovaní tých istých študentov po absolvovaní predmetu Geometria tým istým testom. Toto testovanie prebehlo začiatkom letného semestra prvého ročníka, t.j. približne pol roka po prvom testovaní. Študenti opäť mohli získať 0 až 40 bodov z tohto testu (kvantitatívna premenná *bodyLS*). Očakávame, že výsledky budú pozitívne ovplyvnené absolvovaním predmetu Geometria, keďže jedným z cieľov tohto predmetu je rozvoj priestorovej predstavivosti študentov.

Posledná, tretia fáza pozostáva zo štatistického vyhodnotenia zozbieraných údajov. V rámci tohto príspevku sme sa zamerali na analýzu získaných údajov o študentoch ŽU a tiež na analýzu zlepšenia priestorovej predstavivosti po absolvovaní predmetu Geometria. V takmer všetkých prípadoch na štatistické testovanie používame

neparametrické testy z dôvodu príliš malých rozsahov výberov, ktoré neumožňujú získať relevantné závery parametrickými testami.

V tomto príspevku testujeme výsledky študentov ŽU získané v prvej fáze, pričom máme k dispozícii relevantné údaje o 68 študentoch ŽU. Pomocou Kruskalovho-Wallisovho testu, Mannovho-Whitneyovho U-testu a Dvojvýberového Wilcoxonovho testu testujeme vplyv premenných *známka*, *SS*, *odbor*, *maturita* a *ruka* na dosiahnuté výsledky pri prvom testovaní študentov MRT testom (premenná *bodyZS*). Ďalej analyzujeme, či študenti získali štatisticky významne viac bodov v druhej fáze oproti výsledkom v druhej fáze (kvantitatívna premenná *rozdiel* = *bodyLS* – *bodyZS*), t.j. skúmame, či absolvovanie predmetu Geometria má významný pozitívny vplyv na priestorovú predstavivosť študentov. V tomto kroku používame jednovýberové testy – Mediánový test a Wilcoxon znamienkovo-poradový test, ktoré sú neparametrickou obmenou klasického jednovýberového t-testu.

Všetky spomínané testy sme robili na hladine významnosti 0,05 a použili sme IBM SPSS STATISTICS.

3 Výsledky testovania

3.1 Výsledky testovania priestorovej predstavivosti MRT testom

Hneď na začiatku štúdia sme testovali priestorovú predstavivosť študentov prostredníctvom MRT testu. Získali sme relevantné údaje o 68 študentoch. Zhrnutie získaných výsledkov je v Tabuľke 1 a v Tabuľke 2. Keďže predpokladáme vplyv kategoriálnych premenných *známka*, *SS*, *odbor*, *maturita* a *ruka*, uvádzame popisné charakteristiky výsledkov testovania (premenná *bodyZS*) vzhľadom na jednotlivé odmeny týchto premenných.

Tabuľka 1. Základné popisné charakteristiky premennej *bodyZS* podľa obmien premennej *známka*.

Obmena	A	B	C	D	E	FX	X	Celkovo
Početnosť	3	4	4	6	27	6	18	68
Stredná hodnota	19,67	26,25	24,50	25,50	21,74	25,17	22,00	22,78
Medián	20	25,5	26	26,5	21	24	22	22
Rozptyl	30,33	68,92	20,33	8,70	20,05	64,17	37,41	30,71

Zdroj: Vlastné spracovanie.

Tabuľka 2. Základné popisné charakteristiky premennej *bodyZS* podľa obmien jednotlivých kategoriálnych premenných.

Premenná	SS			odbor		maturita		ruka		Celkovo
Obmena	G	SOŠ	SŠ	CD	VD	A	N	L	P	
Početnosť	31	10	27	63	5	19	49	7	61	68
Stredná hodnota	23,68	19,90	22,81	22,84	22,00	22,47	22,90	20,71	23,02	22,78
Medián	24	19	23	22	20	21	22	21	22	22
Rozptyl	37,16	53,21	13,70	31,36	27,50	44,93	25,97	15,57	32,18	30,71

Zdroj: Vlastné spracovanie.

Môžeme vidieť, že počet získaných bodov je relatívne rovnaký pre väčšinu obmien jednotlivých kategoriálnych premenných. Výnimkou je premenná *známka*, pri ktorej sú stredné hodnoty a mediány získaných bodov pomerne rozdielne. Najmenej bodov získali študenti, ktorí boli neskôr na predmete ohodnotení známkou A alebo E, resp. skúšku ani nerobili. Ďalšou výnimkou sú študenti stredných odborných škôl, ktorí v priemere získali približne o 3 body menej ako študenti gymnázií a stredných škôl. Teda minimálne

premenné známka a SS by mohli mať štatisticky významný vplyv na výsledné bodové hodnotenie testu predstavivosti v rámci prvej fázy testovania, čo otestujeme Kruskalovým-Wallisovým testom. Výsledky testovania sú zhrnuté v nasledujúcej tabuľke.

Tabuľka 3. Testovanie vplyvu premennej známka a SS.

Premenná	známka	SS
Chi-Square	6,379	2,282
Df	6	2
Asymp. Sig.	0,382	0,194

Zdroj: Vlastné spracovanie.

V oboch prípadoch p -hodnota testu (Asymp. Sig.) výrazne prekročila hladinu významnosti 0,05, preto nulovú hypotézu o rovnosti mediánov v jednotlivých podsúboroch nezamietame. Nepotvrdil sa teda štatisticky významný vplyv premenných známka a SS na priestorovú predstavivosť študentov.

Ďalej testujeme prípadný vplyv ďalších kategoriálnych premenných (*odbor*, *maturita*, *ruka*) na výsledky MRT testu. Nakoľko ide o binárne premenné, použijeme dvojvýberové testy, konkrétne Mannov-Whitneyov U-test a Dvojvýberový Wilcoxonov test. Nasledujúca tabuľka ilustruje výsledok testovania.

Tabuľka 4. Testovanie vplyvu premenných *odbor*, *maturita*, *ruka*.

Premenná	<i>odbor</i>	<i>maturita</i>	<i>Ruka</i>
Mann-Whitney U	146,500	412,500	161,000
Wilcoxon W	161,500	602,500	189,000
Z	-0,259	-0,726	-1,063
Asymp. Sig. (2-tailed)	0,795	0,468	0,288

Zdroj: Vlastné spracovanie.

Opäť sa nepotvrdil štatisticky významný vplyv premenných *odbor*, *maturita* a *ruka* na výsledky MRT testov, nakoľko p -hodnoty sú vo všetkých prípadoch väčšie ako zvolená hladina významnosti 0,05.

3.2 Porovnanie výsledkov testu predstavivosti pred a po absolvovaní predmetu Geometria

Ak má absolvovanie predmetu Geometria pozitívny vplyv na priestorovú predstavivosť študentov, tak by študenti mali získať v druhej fáze testovania MRT testom signifikantne vyšší počet bodov ako v prvej fáze. Budeme teda analyzovať kvalitatívnu premennú *rozdiel* = *bodyLS* – *bodyZS* vyjadrujúcu o koľko bodov získali študenti v druhom testovaní viac. Testovaniu v oboch sa podrobilo 40 študentov ŽU.

Tabuľka 5. Popisné charakteristiky premennej *rozdiel*.

Variable	N	Minimu m	Maximu m	Mean	Median	Std. Dev.	Variance
rozdiel	40	-6.00	16.00	4.6500	4.0000	4.82807	23.310

Zdroj: Vlastné spracovanie.

Po absolvovaní predmetu Geometria sa pri testovaní MRT testom študenti zlepšili maximálne o 16 bodov, ale niektorí študenti sa aj zhoršili a to najviac o 6 bodov. V priemere sa študenti zlepšili o 4,65 bodu, čo indikujeme ako pozitívny prínos predmetu Geometria na rozvoj priestorovej predstavivosti študentov ŽU. Štatistickú významnosť tohto faktu potvrdíme aj testami. Budeme testovať nulovú hypotézu, že študenti získali rovnaký počet bodov v prvej fáze a v druhej fáze testovania, konkrétne testujeme zhodu mediánu

premennej rozdiel s hodnotou 0. Požijeme Mediánový test a Wilcoxon znamienkovo-poradový test.

Tabuľka 6. Testovanie premennej rozdiel.

Median Test		Wilcoxon Rank-Sum Test	
Z	-4.603	Z	-4.486
Asymp. Sig.	0.000	Asymp. Sig.	0.000

Zdroj: Vlastné spracovanie.

Na základe p -hodnôt oboch testov môžeme jednoznačne tvrdiť, že zamietame nulovú hypotézu. Zlepšenie výsledku MRT testu o 4,65 bodu je teda štatisticky významné. Absolvovanie predmetu Geometria má teda pozitívny vplyv na priestorovú predstavivosť študentov.

4 Záver

Prostredníctvom MRT testu sme testovali priestorovú predstavivosť študentov a jej rozvoj spojený s absolvovaním predmetu Geometria. Zamerali sme sa najmä na štatistické testovanie vplyvu vybraných faktorov na výsledky MRT testu. Z výsledkov týchto testov je zrejmé, že žiadny z analyzovaných faktorov (typ strednej školy, maturita z matematiky, používaná ruka, odbor štúdia na UNIZA, výsledok z neskôr absolvovaného predmetu Geometria) nemal významný vplyv na priestorovú predstavivosť študentov. Priestorovú predstavivosť študentov teda ovplyvňujú iné faktory, napr. genetická predispozícia, apod.

Druhým cieľom bolo skúmanie vplyvu predmetu Geometria na rozvoj priestorovej predstavivosti. Výsledky MRT testov sa v priemere zvýšili o 4,65 bodu, čo je zlepšenie o viac ako 10%, nakoľko z testu mohli študenti získať maximálne 40 bodov. Štatistickými testami sme potvrdili štatistickú významnosť tohto rozdielu, t.j. nejde o rozdiel spôsobený náhodou.

V budúcnosti by sme chceli do výskumu zaradiť aj iné slovenské technické univerzity a hlavne sa pokúsime identifikovať ďalšie merateľné faktory, ktoré by mohli ovplyvňovať výsledky MRT testov.

Literatúra

- Bölcskei, A., Kovács A.Z., Kušar, D., 2013. New Ideas in Scoring the Mental Rotation Test. *YBL Journal of Built Environment*, vol. 1, no. 1, s. 59-69. ISSN 2063-997X
- Brincková, J., Uherčíková, V., Vankúš, P., 2013. *Netradičné metódy rozvíjania predstavivosti v matematike*. Bratislava: KEC FMFI UK. ISBN 978-80-8147-019-6
- Geiser, C., Lehmann, W., Eid, M., 2006. Separating "rotators" from "nonrotators" in the Mental Rotations Test: A multigroup latent class analysis. *Multivariate Behavioral Research*, vol. 41, no. 3, s. 261-193. ISSN 0027-3171
- Molnár, J., 2009. *Rozvíjení prostorové představivosti (nejen) ve stereometrii*. Olomouc: Palacký university in Olomouc. ISBN 978-80-2442-254-1
- Ozer, D.J., 1987. Personality, intelligence, and spatial visualization: correlates of mental rotations test performance. *Journal of Personality and Social Psychology*, vol. 53, no. 1, s. 129-134. ISSN 0022-3514
- Piaget, J., Inhelderová, B., 2010. *Psychologie dítěte*. Praha: Portál. ISBN 978-80-7367-798-5

Používame geometriu v praxi?

Michaela Holešová

Stavebná fakulta ŽU v Žiline
E-mail: michaela.holesova@fstav.uniza.sk

Abstrakt: Vo vyučovaní deskriptívnej geometrie na Stavebnej fakulte na Žilinskej univerzite v Žiline sa snažíme študentov presvedčať o tom, že geometria a nielen geometria, ale aj matematika je všade okolo nás a bez základného geometrického a matematického poznania by výdobytky modernej doby nevznikali. V článku sa venujeme histórii Stavebnej fakulty Žilinskej univerzity v Žiline a výučbe deskriptívnej geometrie práve na tejto fakulte, pretože tak ako v minulosti, rovnako aj v budúcnosti práve kvalitné vedomosti z deskriptívnej geometrie a matematiky dávajú predpoklad riadneho uplatnenia technicky vzdelaných ľudí v praxi.

Kľúčové slová: deskriptívna geometria, aplikácia v praxi, rozvoj zručností a vedomostí

1 Úvod a história

Myslíme si, že každý vyučujúci geometrie, či matematiky vie na otázku z názvu článku jednoznačne odpovedať. Skôr je táto otázka namierená na širokú verejnosť, pretože momentálne nastavenie populácie je také, že by sme pravdepodobne dostali negatívnu odpoveď. Faktorov, ktoré to môžu ovplyvňovať, môže byť hneď niekoľko: nezáujem o štúdium vedy a techniky, prehnaná sústredenosť na prostriedky IKT a neuvedomenie si dôležitosti ľudského poznania pre rozmach nových technológií a v neposlednom rade upadajúce vedomosti z geometrie a matematiky.

Žilinská univerzita v Žiline má dlhoročnú tradíciu a geometria, či matematika sa na tejto vysokej škole učí od jej vzniku, aj keď v rôznych podobách a v závislosti od požiadaviek spoločnosti. Žilinská univerzita v Žiline vznikla 1. októbra 1953 vyčlenením z Českého vysokého učení technického v Prahe ako Vysoká škola železničná. Mala v tej dobe tri fakulty: dopravnú (PED), strojnícku a elektrotechnickú (SET) a vojenskú (VF). Už premenovaná na Vysokú školu dopravnú bola 6. septembra 1960 premiestnená z Prahy do Žiliny. Pod týmto názvom sme ju poznali až do roku 1996, kedy dostala názov, ako ho poznáme dnes.

Obrázok 1. Pohľad na Stavebnú fakultu ŽU v Žiline



Zdroj: www.uniza.sk

Stavebná fakulta ako samostatný subjekt prestala existovať v roku 1961, pretože sa zlúčila s Fakultou dopravnou a tak vznikla Fakulta prevádzky a ekonomiky dopravy a od roku 1977 bola táto fakulta premenovaná na Fakultu prevádzky a ekonomiky dopravy a spojov.

Stavebná fakulta opäť vznikla ako samostatný subjekt v roku 1990. Vo februári 1991 bola fakulta akreditovaná. Jej organizačnými zložkami bolo šesť katedier, ktoré vzdelávali študentov v študijnom odbore Rekonštrukcia a stavebná údržba dopravných stavieb.

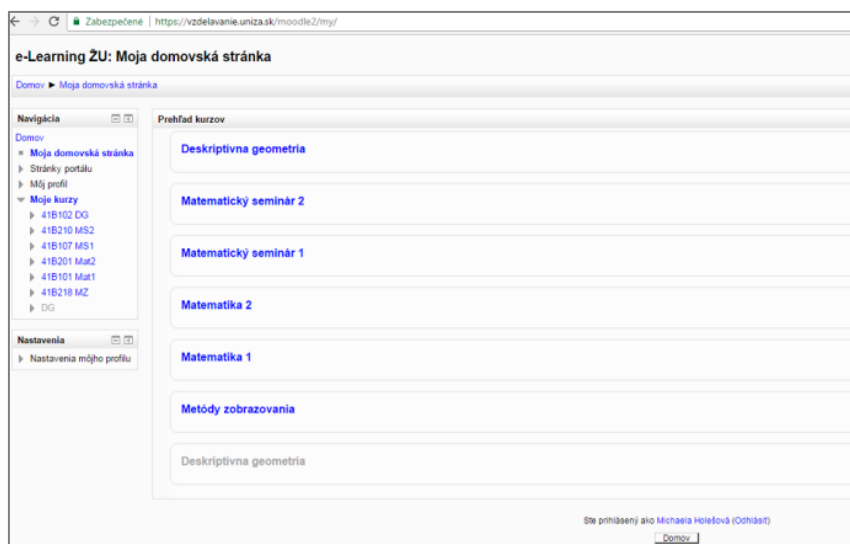
V súčasnej dobe tvorí fakultu osem katedier: Katedra stavebnej mechaniky a aplikovanej matematiky, Katedra geodézie, Katedra geotechniky, Katedra stavebných konštrukcií a mostov, Katedra pozemného staviteľstva a urbanizmu, Katedra železničného staviteľstva a traťového hospodárstva, Katedra cestného staviteľstva a Katedra technológie a manažmentu stavieb a tri podporné fakultné pracoviská: Centrum excelentnosti pre dopravné staviteľstvo, Centrum aplikovaného výskumu Stavebnej fakulty a Skúšobné laboratórium Stavebnej fakulty.

5 Deskriptívna geometria na Stavebnej fakulte ŽU v Žiline

Deskriptívna geometria sa vyučuje na Stavebnej fakulte ŽU v Žiline až dodnes. Náplň predmetu korešponduje z väčšej časti so Stavebnou fakultou STU v Bratislave. Kurz deskriptívnej geometrie je pre denné štúdium povinný a študenti ho absolvujú v zimnom semestri 1. ročníka bakalárskeho štúdia. Pre externé štúdium je tento kurz umiestnený v 2. ročníku bakalárskeho štúdia. Rozsah štúdia je 2 hodiny prednášok a 2 hodiny cvičení. Študenti si majú možnosť svoje vedomosti rozšíriť na skôr aplikačne postavenom predmete Metódy zobrazovania, ktorý majú možnosť absolvovať v letnom semestri 1. ročníka bakalárskeho štúdia ako voliteľný predmet, a to v rozsahu 2 hodiny prednášok a 1 hodina cvičení.

Cieľom predmetu Deskriptívna geometria je vytvárať a rozvíjať priestorovú predstavivosť a aj manuálnu zručnosť pri konštruovaní, oboznámiť sa so špeciálnymi krivkami a plochami a zvládnuť základné zobrazovacie metódy využívané v technickej praxi, čítať a tvoriť jednoduché technické výkresy. Pre študentov pripravujeme materiály a majú ich dostupné v rámci e-learningu ŽU. So študentmi nielen klasicky rysujeme, ale využívame aj IKT technológie, napríklad študenti sa majú možnosť zoznámiť a používať na rysovanie voľne dostupný software GeoGebra, ktorý ponúka širokú škálu využitia.

Obrázok 2. e-kurzy v rámci e-learning ŽU zabezpečované autorkou



Zdroj: e-learning ŽU

Osnova predmetu Deskriptívna geometria:

Kuželosečky. Rovnobežné premietanie. Kolmé premietanie. Perspektívna afinita, obraz elipsy, n-uholníka. Stredové premietanie. Perspektívna kolineácia, úbežnice, obraz úsečky, elipsy. Kótované a Mongeovo premietanie, základné úlohy.

Axonometria, Pohlkeho veta, zárezová metóda, základné úlohy v kolmej axonometrii. Krivky a plochy, analytické vyjadrenie, dotyčnica, normála, dotyková rovina, oskulačná rovina.

Elementárne plochy a telesá, ich rovinné rezy.

Kvadratické a rotačné plochy, parametrické vyjadrenie, rovinný rez rotačnej plochy.
Topografické plochy, vrstevnice, dotyková rovina, spád plochy, prieniky topografických plôch, profil a valcový profil. Blokdigram - obraz topografickej plochy v axonometrii. Obraz kartografickej siete na guli v axonometrii, plochy konštantného spádu a sklonu a ich spojenie s terénom.

Stredové premietanie, polohové úlohy, metrické úlohy: dĺžka úsečky, útvar v rovine, kolmica na rovinu.

Lineárna perspektíva. Metódy lineárnej perspektívy.

Prednášky v minulosti mali študenti rozdelené podľa odboru, ktorý študovali. Na Stavebnej fakulte Žilinskej univerzity v Žiline je možné v bakalárskom štúdiu študovať v nasledujúcich študijných odboroch:

- Geodézia a kartografia;
- Pozemné stavby;
- Inžinierske konštrukcie a dopravné stavby;
- Stavebníctvo.

V súčasnosti sú prednášky spoločné pre všetky odbory a až v rámci cvičení je možný špeciálny prístup podľa jednotlivých odborov. Veríme, že do budúcnosti sa nám podarí opäť prednášky rozdeliť podľa odborov a tým sa špecifickejšie venovať niektorým častiam v závislosti od odboru a potrieb praxe. Momentálne v rámci prednášok študenti dostanú spoločný teoretický základ, čo má tiež svoje výhody. Avšak v dnešnej dobe je povedomie študentov nastavené tak, že sa im zdá zbytočné takmer všetko, preto sa počas prednášok snažíme ukázať čo najviac aplikácií a v čo najväčšom rozsahu, aby si každý študent našiel to svoje v závislosti na odbore, ktorý študuje.

Práve preto je veľmi dôležité študentov presvedčiť o tom, že geometria sa skutočne používa v praxi a je všade okolo nás, aj keď si to mnohí vôbec neuvedomujú. Či už v prírode, alebo prostredníctvom objektov, ktoré vytvorili ľudia. Všetkým práve za vznikom mnohých vedných disciplín stojí snaha ľudstva popísať objekty, deje, javy a zákonitosti, ktoré nás obklopujú a ktoré nájdeme všade okolo nás.

Obrázok 3. Geometria v prírode



Zdroj: Google

Snažíme sa u študentov budovať túžbu po poznávaní a vzdelaní, pretože iba vzdelaná spoločnosť môže napredovať a ďalej sa rozvíjať. A práve za kvalitnými vedomosťami stoja mnohé objavy. Študenti si túto skutočnosť najlepšie uvedomia asi vtedy, keď sú upozornení na to, že by neexistoval mobil alebo počítač, keby si ľudstvo neuvedomovalo, že geometriu a matematiku skutočne potrebuje.

Aj z cieľov MŠ SR a z požiadaviek praxe vyplýva, že kvalitne vzdelaná mládež z geometrie a matematiky by mala byť neodmysliteľnou súčasťou modernej a stále sa rozvíjajúcej spoločnosti. V tomto kontexte je jedným z hlavných cieľov, aby študenti získali schopnosť používať geometriu vo svojom budúcom živote a v praxi. Povedomie súčasnej spoločnosti stavia geometriu a aj matematiku skôr do pozície niečoho nepotrebného

a zbytočného. Je to však zarážajúce, pretože v prvopočiatkoch hlavne geometria dala základ k celému ľudskému vedomostnému poznaniu a s určitosťou môžeme tvrdiť, že je nevyhnutná pre ďalšie napredovanie modernej spoločnosti.

Obrázok 4. Geometria v objektoch



Zdroj: Google

6 Metódy zobrazovania na Stavebnej fakulte ŽU v Žiline

V predmete Metódy zobrazovania úzko spolupracujeme so Stavebnou fakultou STU v Bratislave (Vajsáblová, 2011), pretože v Žiline nie je možné študovať odbor geodézia a kartografia v inžinierskom štúdiu a naši študenti zväčša odchádzajú študovať inžiniersky stupeň práve na STU v Bratislave.

V rámci tohto predmetu sa snažíme upevňovať priestorovú predstavivosť, podporovať kreativitu pri tvorbe samostatných návrhov, zobrazovať technické objekty v lineárnej perspektíve, vedieť rekonštruovať stavebný objekt z fotografií, vedieť vytvoriť mapu v rôznych kartografických zobrazeniach.

Stručná osnova predmetu:

Princíp dvojstredového premietania, stereoskopia.

Geometrické základy fotogrametrie, analytické vzťahy a projektívne vlastnosti snímok.

Rekonštrukcia objektu zo zvislých, šikmých a stereoskopických snímok. Hľadanie prvkov vnútornej orientácie.

Cylindrická a kónická perspektíva.

Geometrické základy kartografie - referenčné plochy, súradnicové sústavy, zobrazenia, cylindrické projekcie, kónické a polykónické kartografické zobrazenia, nepravé zobrazenia priamkové, kružnicové, sinusoidálne, eliptické.

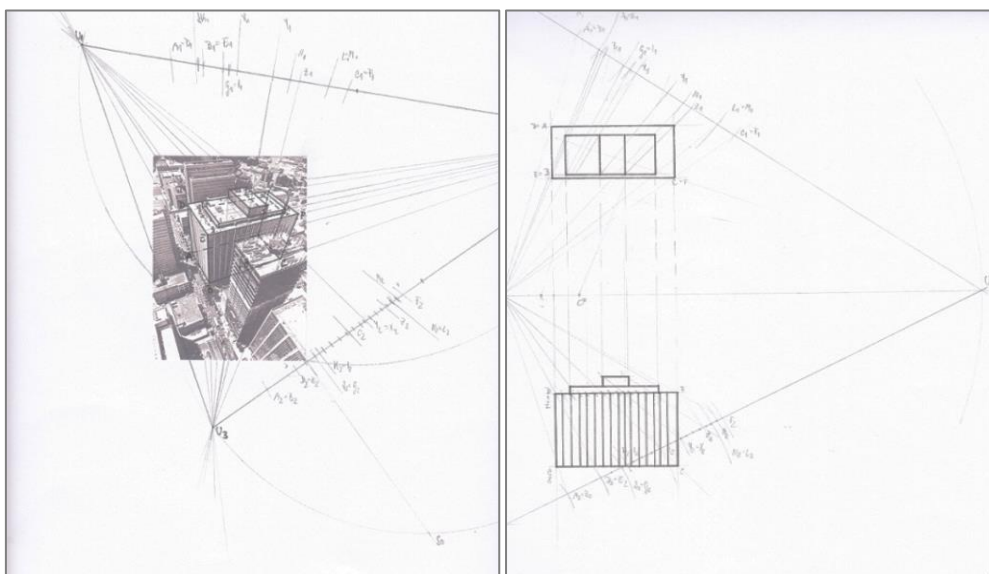
Azimutálne zobrazenia: ortografické, stereografické a gnómonické zobrazenie kartografickej siete na guľovej ploche - pólové, rovníkové a všeobecné.

Aj napriek tomu, že je tento predmet iba voliteľný, takmer všetci študenti z bakalárskeho štúdia Geodézie a kartografie si ho volia a úspešne ho absolvujú. Práve možnosť seberealizácie a silné prepojenie s praxou študentov motivuje ku kvalitnejšej práci a môžeme konštatovať, že máme dobré odozvy na tento predmet u študentov.

7 Záver

Každý deň využívame tisícky výsledkov vedy a inovácií, počnúc ranným budíkom až po zhasnutie večernej lampy, a pritom to považujeme za samozrejmosť. Je nevyhnutné si však stále uvedomovať, že tak ako sa všetko na svete skladá z elementárnych častíc, tak by finálny vynález, produkt, služba nevznikli bez malých, ale významných objavov založených na kvalitnom vzdelaní. Dôležité je preto, aby sme mali stále na pamäti, že práve geometria bola jedným zo základných pilierov ľudského poznania a nemali by sme bez bližšieho záujmu iba využívať to, čo nám už poskytla, ale mali by sme sa snažiť využitím vzdelania v oblasti geometrie prispieť k rozvoju spoločnosti v budúcnosti.

Obrázok 5. Rekonštrukcia objektu z jednej šikmej snímky



Zdroj: Zadanie vypracovala Beáta Orišková, študentka odboru Geodézia a kartografia SvF

Literatúra

Čmelková, V., 2014. Deskriptívna geometria na Fakulte prevádzky a ekonomiky dopravy a spojov Žilinskej univerzity v Žiline. In: *Deskriptívna geometria na slovenských univerzitách včera a dnes: zborník príspevkov*, s. 7-15. ISBN 978-80-554-0968-9

<http://www.svf.uniza.sk/> [citované 21.6.2017]

<http://www.uniza.sk/menu/inc.php?ver=SK> [citované 21.6.2017]

Informačné listy k predmetom Deskriptívna geometria a Metódy zobrazenia. Dostupné na <https://vzdelavanie.uniza.sk/vzdelavanie/> [citované 21.6.2017]

Vajsáblova, M., 2011. *Metódy zobrazovania*. Bratislava: Nakladateľstvo Slovenskej technickej univerzity. ISBN 978-80-227-3574-2. Dostupné na:

https://www.svf.stuba.sk/buxus/docs/dokumenty/skripta/metody_zobrazovania/index.html [citované 21.6.2017]

Modernizácia výučby deskriptívnej geometrie na FMFI UK

Pavel Chalmovianský¹, Štefan Solčan²

¹ Katedra algebry, geometrie a didaktiky matematiky, FMFI UK
E-mail: pavel.chalmoviansky@fmph.uniba.sk

² Katedra algebry, geometrie a didaktiky matematiky, FMFI UK
E-mail: stefan.solcan@fmph.uniba.sk

Abstrakt: Deskriptívna geometria slúžila v „predpočítačovej“ a dlho aj v počítačovej ére ako primárna oblasť poznatkov na vizualizáciu a verné zobrazenie geometrických objektov najmä na technických výkresoch. Okrem iného, skúmala metódy zobrazovania a ich vlastnosti. Zhruba v 90. rokoch XX. storočia sa od rysovacích dosiek prešlo k počítačom, pričom základné prostriedky zobrazovania sa zmenili do takej miery, že deskriptívna geometria sa zdá byť nadbytočná. Je to naozaj tak? Odpoveďou je modernizácia výučby deskriptívnej geometrie smerom k jej širšej aplikovateľnosti v oblasti technickej a vedeckej vizualizácie.

Kľúčové slová: deskriptívna geometria, vizualizácia.

1 Úvod

Deskriptívna geometria je v súčasnosti často považovaná za dožívajúcu disciplínu a z tohto dôvodu o ňu býva menší záujem. Obvykle ide o pozorovanie z hľadiska prostriedkov, ktoré klasická deskriptívna geometria používala na zobrazovanie elementárnych geometrických objektov – pravítko a kružidlo. Na druhej strane však vybudovala množstvo postupov a spôsobov prezentácie, ktoré sú na týchto nástrojoch nezávislé a použiteľné aj v modernejšej verzii pri zobrazovaní pomocou CAD systémov resp. iných vizualizácií pomocou počítača.

Keď sa zamyslíme nad minulosťou, súčasnosťou a perspektívou deskriptívnej geometrie, mali by sme zodpovedať otázky – Prečo? a Ako?

1.1 Prečo?

Táto otázka skrýva analýzu vývoja a terajšieho postavenia deskriptívnej geometrie (DG) a dôvody jej rozvoja k novým zobrazovacím zariadeniam, konkrétne:

- poznanie súčasného stavu DG z hľadiska budúcej spoločenskej potreby a uplatnenia;
- počet a štruktúru podporných predmetov na SŠ a VŠ (predmety využívajúce DG);
- stav a úroveň učiteľského (aj konverzného) štúdia na výučbu DG a podporných predmetov.

1.2 Ako?

V tejto časti sa zameriame na technickú realizáciu a použitie nových prostriedkov vo výučbe deskriptívnej geometrie. Tu je tých otázok, ktoré čakajú odpoveď, zdá sa, ešte viac.

- Čo a ako to urobiť v konkrétnych krokoch?
- Aké prostriedky z moderných technológií použiť pri výučbe?
- Ako využiť poznatky (z výučby) geometrických princípov v bežnom živote aj v inžinierskej, resp. výskumnej praxi (technická a vedecká vizualizácia)?
- Aké zmeny štruktúry predmetov, postupov, metód a zručností (v osnovách) navrhnúť a pokúsiť sa zrealizovať?
- Čo očakávať od programu výučby?

2 Torzo súčasného stavu vyučovania deskriptívnej geometrie

V tejto časti opíšeme informácie, ktoré sa nám podarilo získať o úrovni deskriptívnej geometrie na stredných a vysokých školách. Opis je čiastkový a radi by sme získali kompletnejší obraz.

Vo svojej práci zameranej na výskum témy „Výučba kuželosečiek na školách“ na Slovensku študentka A. Mackovová oslovila dotazníkom približne 80 učiteľov stredných a vysokých škôl. Vrátilo sa 26 odpovedí, pričom veľká väčšina učiteľov deskriptívnej geometrie mala titul Ing., t. j. sú to absolventi technických univerzít s pedagogickou kvalifikáciou.

Pri výučbe používajú na vysokých školách prostriedky IKT, zo softvéru Auto-CAD a PowerPoint. Na gymnáziách zo 6 učiteľov štyria používajú IKT (GeoGebra alebo Cabri), na SOŠ z 13 učiteľov dvaja na tabuľu „len“ črtajú, 6 používa IKT (PowerPoint, AutoCAD, Cabri, Inventor).

Prednášanie pomocou IKT sa stalo preferovaným najmä kvôli lepším alebo presnejším obrázkom a modelom, interaktívnemu resp. dynamickému konštruovaniu, premietaniu konštrukcií, rozvoju priestorovej predstavivosti, možnosti vyrobiť si ľahko vlastný model alebo jeho priemet a experimentálnemu online skúmaniu objektov na obrazovke počítača alebo iného zariadenia. V nezanedbateľnej miere aj prepojením s inými disciplínami.

Deskriptívna geometria je súčasťou štruktúry vysokoškolských študijných odborov, prevažne v krajinách strednej Európy. Porovnanie učiteľstva deskriptívnej geometrie medzi Slovenskom, Českom a Rakúskom vychádza v náš neprospech.

Štúdium učiteľstva deskriptívnej geometrie na Slovensku, ktoré bolo možné od roku 1940 (Prírodovedecká fakulta SU, Prírodovedecká fakulta UK, Matematicko-fyzikálna fakulta UK, neskôr Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK – FMFI UK), vychádza z tradície silnej geometrickej školy v strednej Európe, najmä v Nemecku, Rakúsku a bývalom Československu.

Tento odbor je možné v súčasnosti študovať napr. na Univerzite Palackého v Olomouci, na MFF KU Praha, na Masarykovej Univerzite v Brne, v Rakúsku a Maďarsku na technických univerzitách vo Viedni, Gazi, Budapešti, a i.

FMFI UK Bratislava, UK Praha, PU Olomouc majú učiteľské štúdium DG dvojstupňové (bakalársky a magisterský stupeň) a dvojodborové, väčšinou v spojení s matematikou. Na MU Brno je to organizované inak – na 1. stupni je DG v rámci študijného programu „Matematika se zaměřením na vzdělávání“ (z klasických predmetov DG je v osnovách len - Rovnoběžná promítání, Teorie kuželoseček a kvadrik, Cvičení k Teorii kuželoseček a kvadrik podporovaných počítačem). Na 2. stupni je akreditovaný študijný program „Učitelství deskriptivní geometrie pro střední školy“ (tiež dvojodborové).

V Rakúsku je na univerzite vo Viedni a na TU v Gazi dvojstupňové štúdium učiteľstva (Lehramtsstudium), na Pädagogische Hochschule Steiermark bakalárske osemsemestrálne štúdium „DG für die Sekundarstufe“.

Vzhľadom na to, že deskriptívna geometria už nie je tak žiadaná ako v minulosti, na MU v Brne zaviedli možnosť rozšírenia učiteľstva matematiky v kombinácii s iným predmetom na tretí obor deskriptívnej geometrie, ak by sme to realizovali u nás, prichádzali by do úvahy napr. kombinácie M-F-DG, alebo M-I-DG alebo M-Z-DG.

Tabuľka 1. Deskriptívna geometria – počty hodín predmetov na PFUK a FMFI UK týždenne

Názov predmetu	1981	1995	2014
Zobrazovacie metódy	18	18	17
Projektívna geometria	8	8	8
Technické kreslenie	9	9	TK s CAD – 4
Aplikácie DG	7	7	4
Diferenciálna geometria	4	7	7
Algebraická geometria	8	7	7
Aplikácie DG 3, 4 - Plochy techn. praxe 1, 2	8	8	7
Počítačová geometria	13	11	12
Seminár z DG	6	–	–
Úvod do grafiky na mikropočítačoch	–	3	–
Úvod do tvorby grafických aplikácií	–	–	3
Vybrané kapitoly z geometrie	–	4	–
Didaktika DG	8	2	4
Pedagogická prax z DG	30sX	30sX	30sX
Diplomový seminár z DG	–	4	2
Celková výmera pre DG predmety	87	86	77

Zdroj: Internet.

Tabuľka 2. Porovnanie – bloky DG predmetov SR-ČR-Rakúsko – počty hodín týždenne na celé štúdium

Predmet	UK Bratislava	UK Praha	PU Olomouc	MU Brno	Bc- Uni Wien Bc	Uni Wien Mgr	TU Graz Bc Studium 8 sem.	Graz Master St. 4 sem.
ZM-DG-KonstrGeom	17	17	16	12	20	8	14 SSt	8
Proj. geom.	8	8	7	--	16		7	
Did. DG	4	8	6	4		12	12	4
Sem DG -DidDG	--	4	--	2				2
Apl.DG, PTP	11	6	12	4				
TK a CAD	4	--	7	--				
AngewGeom					24	12	8,5	
Spolu	44	43	48	22	60	32	41,5	14

Zdroj: Internet.

Medzi predmetmi, ktoré sa vyučujú, sú predmety klasickej geometrie, predmety na získanie počítačovej gramotnosti v oblasti modelovania, kreslenia a pod. Viaceré predmety sú však realizované so „zmiešanými“ graficko-výpočtovo-počítačovými postupmi, prístupmi a metódami, napr. predmety Modelovanie a vizualizácia alebo Fachdidaktik Geometrisches Zeichnen/Darstellende Geometrie 1, 2 (Uni Wien Bc), Technické kreslenie a CAD (UK Bratislava, UP Olomouc a TU Graz), Programování pro DG (UK Praha) alebo Cvičenia k predmetu Kuželosečky a kvadriky (MU Brno). Na príbuzných odboroch (napr. počítačová grafika a geometria, architektúra, VŠVU,...) sa časť teoretických predmetov prekrýva do značnej miery.

Kedže k pokročilejšej deskriptívnej geometrii je potrebná klasická projektívna a diferenciálna geometria, je potrebné vybudovať základy lineárnej algebry a diferenciálneho počtu. Na technických školách sa projektivizácia občas nahrádza afinnými postupmi s rozlíšením prípadov pre rovnobežné variety.

Učí sa aj CAD aj iné vizualizačné nástroje. Rozsah výučby klasickej deskriptívnej geometrie sa znížil na úkor používania počítačom podporovanej tvorby modelov. Podpora počítačovej grafiky je dôležitá aj ako aplikačná oblasť deskriptívnej geometrie.

3 Deskriptívna geometria z hľadiska spoločenskej potreby a uplatnenia

Tabuľka 3. Prognóza počtu detí/žiakov materských, základných a stredných škôl

Rok	MŠ	ZŠ	GYM	SOŠ	KON	Spolu
2000	154 232	652 053	80 615	202 621	1 579	1 091 100
2001	150 587	627 749	86 239	206 356	1 623	1 072 554
2002	151 125	603 330	91 661	214 216	1 649	1 061 981
2003	150 718	580 791	100 057	224 731	1 728	1 058 025
2004	149 232	557 328	99 738	223 957	1 839	1 032 094
2005	141 814	534 147	99 758	216 091	1 961	993 771
2006	140 014	510 510	99 931	210 573	2 021	963 049
2007	139 374	485 018	99 915	201 369	2 108	927 784
2008	138 186	461 715	99 821	193 898	2 182	895 802
2009	138 496	448 371	94 019	189 265	2 275	872 426
2010	139 239	439 675	89 336	179 790	2 312	850 352
2011	144 130	434 477	85 071	168 974	2 859	835 511
2015	157 956	427 418	73 757	138 360	2 977	800 468
2016	153 474	431 131	73 272	134 586	2 921	795 385
2017	151 295	439 180	75 770	130 409	2 916	799 570
2018	150 097	443 274	75 933	127 085	2 904	799 292
2019	150 678	446 224	76 680	125 269	2 863	801 714
2020	150 963	448 179	77 668	125 734	2 902	805 446
2021	150 269	450 462	79 092	127 398	2 975	810 197
2022	148 574	452 274	80 466	129 238	3 047	813 599
2023	146 264	452 726	81 707	131 436	3 126	815 259
2024	143 729	450 848	82 664	134 479	3 224	814 943
2025	141 123	448 586	83 621	136 968	3 310	813 608
index 25/15	0,89	1,05	1,13	0,99	1,11	1,02

Zdroj: CVTI SR

Výskum a prognózy CVTI ukazujú, že počty novoprijatých žiakov na SOŠ sa od roku 2000 (76,5 tisíc) znižujú priemerným tempom 2,6 tisíc/rok – na súčasných 40 tisíc.

Počet žiakov v skupine "Stavebníctvo, geodézia a kartografia" sa znížil na 3,7 tisíc. Do roku 2020 by mal mierne klesať na približne 3,6 tisíc žiakov.

Odbory "Učiteľstvo" kulminovali v roku 2011 na hodnote 5,1 tisíc žiakov, v súčasnosti dosahujú 4,8 tisíc. Do roku 2020 sa udržia v okolí súčasnej úrovne.

Stúpajúci trend vidno v oblasti "Strojárstvo a ostatná kovospracúvacia výroba II". Zvýšili sa z 4,4 tisíc žiakov na 5,2 tisíc. V roku 2020 by tam malo byť približne 6,6 tisíc žiakov. Zdá sa, že potreba učiť deskriptívnu geometriu na tomto type škôl pretrvá.

Na súčasných SŠ možno vidieť (okrem iných aj tieto) predmety súvisiace s deskriptívnou geometriou a vizualizáciou (zdroj CVTI-regionálne školstvo):

- DG, Aplikovaná DG, Technické kreslenie, Technické kreslenie a aplikovaná deskriptívna geometria, Technické kreslenie a modelovanie, Technické kreslenie a reštaurátorská dokumentácia, Fotogrametria, Geometrická a vlnová optika, ...;
- Dizajn, Aplikovaný dizajn, Dizajn predmetov, Dizajnérska prax, Grafický dizajn, ...;
- Konštruovanie s využitím počítača, Počítačová podpora konštruovania, Konštruovanie a modelovanie obuvi, Dokumentácia v CAD, ...;
- Počítačová grafika, Počítačová grafika a animácia, Grafické informačné systémy, Grafické informačné technológie, Grafické systémy v strojníctve, Grafika vizuálnych komunikácií, Počítačová vizualizácia, ...;
- Modelovanie, Modelovanie 3D, Geometrické výpočty, ...

Predmety, ktoré súvisia s počítačovou grafikou a geometrickým modelovaním:

- Počítačová animácia;
- Modelovanie na počítači;
- Dizajn;
- Prirodzene súvisiace predmety – klasická deskriptívna geometria a jej aplikácie.

V porovnaní s predmetmi, ktoré súviseli s deskriptívnou geometriou v čase, keď sa budoval súčasný model prípravy učiteľov deskriptívnej geometrie, sa ponuka podstatne rozšírila. Toto treba vziať do úvahy pri tvorbe nového programu.

4 Učiteľské štúdium deskriptívnej geometrie

Na FMFI UK sú k dispozícii dva programy na získanie kvalifikácie učiteľa deskriptívnej geometrie:

- 5-ročné (bakalárske a magisterské: 3 + 2 roky);
- 3-ročné konverzné (po absolvovaní 3-ročného bakalárskeho štúdia v technickom odbore blízkom alebo obsahujúcom matematiku alebo informatiku).

Toto štúdium absolventa naučí v odbornej oblasti:

- zručnosti (ako použiť nástroje);
- myšlienkové pozadie;
- konštrukčné postupy (viac alebo menej univerzálne).

5 Čo a ako modernizovať vo výučbe deskriptívnej geometrie

Je zrejmé, že technické výkresy, ktoré sú jedným z dominantných produktov klasickej deskriptívnej geometrie, sa už dlho vyrábajú pomocou počítačov a ďalších moderných zariadení. Aké prostriedky z moderných technológií teda treba použiť pri výučbe, či už v úlohe prostriedku na výučbu alebo v úlohe predmetu výučby?

V prvom rade sa treba zamyslieť nad modernými nástrojmi vizualizácie, tvorbou modelov a technických výkresov, resp. technickej dokumentácie, ktorá napr. môže zahŕňať aj videá a menej realistické modelovanie kvôli reklame pripravovaných projektov. Je treba posúdiť, ktoré konštrukcie zo študijného programu sú naďalej nutné, napr. na to, aby sme vedeli

upraviť, opraviť resp. boli schopní čítať technické výkresy. Dôraz sa musí klásť na chápanie podstaty, pozadia fungovania konštrukcií a vizualizačného softvéru. Nesmie sa však opomenúť, že učiteľ musí vedieť na dobrej úrovni realizovať projekt menšieho rozsahu.

Treba využiť nové technické prostriedky (napr. 3D tlač, virtuálnu realitu), nové konštrukčné postupy (napr. postupy z geometrického modelovania) a programové vybavenie (napr. CAD, Blender, GeoGebra) na tvorbu obrázkov a technických výkresov a v neposlednom rade aj možnosti zapojenia internetu – prístup online namiesto inštalovaných programov, zdieľanie čiastkových alebo celých riešení (napr. Vectary).

Výučba geometrických princípov v bežnom živote aj v inžinierskej, resp. výskumnej praxi (technická a vedecká vizualizácia) je dôležitá aj kvôli získaniu intuície, predstavivosti a kreativity.

Aké je teda podľa nás smerovanie? Aké trendy budú prevažovať?

- Výučba smerom k vedecko-technickej vizualizácii.
- Použitie knižníc a softvérových balíkov (Matlab, R, GeoGebra, ...).
- Klasické konštrukcie ako nástroj, resp. základ pre zložitejšie konštrukcie.
- Moderné formy reprezentácie geometrickej informácie (CAD, Blender, Vectary,...).
- Moderné spôsoby prezentácie geometrickej informácie (3D tlač, animácie, VR).
- Zmeny štruktúry predmetov, postupov, metód a zručností (v budúcich osnovách).
- Podpora predmetov – aplikácií DG.
- Redukcia – prácnej, klasickej technickej časti kreslenia (treba však zvážiť mieru tejto redukcie tak, aby sa zachovalo porozumenie technickým výkresom).
- Podpora resp. redukcia (t. j. modifikácia) skladby teoretických predmetov.
- Zvýšenie podielu samostatnej práce študentov.

6 Diskusia o výučbe DG na GAJA, 2017 TU Zvolen

Diskusia účastníkov seminára GAJA, ktorá trvala takmer dve hodiny a v ktorej sa otvorene a fundovane vyjadrovali diskutujúci k problémom súvisiacim s výučbou DG na rôznych úrovniach, predovšetkým na SŠ, technických VŠ a na FMFI je zhrnutá do hlavných záverov.

Tu sú okruhy tém, ku ktorým sa diskutovalo a návrhy našich najbližších aktivít:

- posilniť počítače a technické kreslenie vo výučbe;
- mať aj prax v programovaní a vhodný softvér, dobrý na matematiku, na geometriu aj na vizualizácie (AUTOCAD, Cabri, GeoGebra, MAPLE, MATLAB, MAXIMA, Mathematica);
- spojiť vyučovanie DG viac s počítačovou grafikou a obrátene počítačovú grafiku s DG a jej geometrickým „pozadím“;
- inovovať obsah, metódy a prípadne aj názov predmetu;
- dôslednejšie zmapovať situáciu (s vyučovaním DG) na stredných školách a zapojiť sa do tvorby osnov DG na SŠ;
- zabezpečiť vyváženosť klasických a moderných metód používaných v DG;
- ujasniť rozsah a obsah vedomostí tých, čo DG učia - učiteľov DG.

7 Záver

Dynamická zmena v spôsobe prezentácie geometrickej informácie sa odráža na spôsobe výučby nástrojov na jej tvorbu. Princípy a teoretická báza však naďalej zostávajú nezmenené, keďže sú jednak overené časom a jednak technicky sa zatiaľ neobjavil zásadne nový spôsob prezentácie dát (napr. 3D animácie v priestore). Dôraz na nové technológie má byť v súlade so zachovaním dôrazu na porozumenie používaných postupov. Cieľom zmien je zlepšenie prípravy absolventov pre potreby školstva na všetkých stupňoch, kde sa deskriptívna geometria a príbuzné predmety vyučujú, ale aj pre potreby základnej firemnej praxe. Po zavedení pripravovaných zmien budeme sledovať ich účinok. Vyhodnotenie však nie je možné spraviť v krátkodobom výhľade. Jedným z kritérií, ktoré možno vyhodnotiť krátko po zavedení nového programu, je zvýšenie záujmu o štúdium deskriptívnej geometrie.

Rozvíjení prostorové představivosti pomocí úloh ve stereometrii

Marie Chodorová

Katedra algebry a geometrie Přírodovědecké fakulty Univerzity Palackého v Olomouci
E-mail: marie.chodorova@upol.cz

Abstrakt: Příspěvek je věnován prostorové a geometrické představivosti jako schopnosti žáků řešit stereometrické úlohy. V první kapitole jsou rovněž uvedeny výsledky dotazníkového šetření na téma: Geometrická představivost a geometrické pojmy mezi žáky základních škol. Druhá kapitola obsahuje ukázky řešených příkladů ze sbírky polohových úloh ze stereometrie pro střední školy.

Klíčové slová: prostorová představivost, geometrická představivost, stereometrie, polohové úlohy.

1 Prostorová představivost

1.1 Geometrická představivost

Představivost je schopnost jedince vytvářet si představy a je předpokladem ke tvořivé činnosti, kterou jedinec uplatňuje zvláště v problémových situacích. Představy jsou obsahem vědomí a materiálem pro vytváření pojmů a zdrojem pro myšlení. Pomocí představ si vybavujeme minulý zážitek a vjem. Prostorová představivost v matematice je spíše chápána jako geometrická představivost. Kdybychom matematikům položili otázku, co znamená prostorová představivost, pravděpodobně co matematik to jiná odpověď. Uvedeme několik matematiků a budeme citovat jejich pojetí geometrické (prostorové) představivosti:

- Perenčaj a Repáš (1985): „Mohli by sme povedať, že je to akési videnie priestoru. Ale ten predsa musí vidieť každý, kto vidí. Problém je v tom, že nestačí priestor vidieť, ale je nutné si ho i uvedomovať.“
- Kuřina (1987) geometrickou představivostí rozumí tu složku názorného myšlení, která spočívá v dovednosti vybavovat si geometrické útvary a jejich vlastnosti.
- Molnár (2004) prostorovou představivostí nazývá soubor schopností týkajících se reprodukčních i anticipačních, statických i dynamických představ o tvarech, vlastnostech a vzájemných vztazích mezi geometrickými útvary v prostoru. (Molnár, 2009)

Obecně řečeno v matematice prostorovou představivostí chápeme geometrickou představivost, což je schopnost žáků řešit stereometrické úlohy. Zatímco při řešení planimetrických úloh si můžeme danou situaci v rovině nějak znázornit či načrtnout a z náčrtku můžeme odvozovat a usuzovat o správném řešení v rovině. Při řešení stereometrické úlohy si už situaci v prostoru můžeme pouze pomocí obrázku naznačit, protože zobrazujeme trojrozměrný útvar do roviny, která je o dimenzi nižší, a k tomu je zapotřebí představivosti, znalosti vztahů mezi jednotlivými objekty v prostoru. Avšak stereometrie nestuduje přímo prostor kolem nás, ale spíše model prostoru a jeho vlastnosti, protože pojmy jako bod, přímka a rovina existují pouze v našich představách.

Co je v dnešní době hlavní úlohou vyučování stereometrie? Aby si žáci osvojili pojmy, které budou potřebovat ke studiu prostorových útvarů, dále aby je uměli rozeznávat podle jejich tvaru, velikosti a vzájemné polohy a aby se naučili se stereometrickými pojmy tvořivě pracovat při řešení různých úloh. Stereometrie ve striktně vědeckém podání vychází z určitého systému axiomů, které vyjadřují vztahy mezi základními geometrickými pojmy: bod, přímka, rovina. Tyto axiomy se pokládají za správné a nedokazují se. Další poznatky v geometrii se potom dále odvozují deduktivně. Elementární geometrie a stereometrie, pokud o ní budeme mluvit stroze vědecky, vychází z určitého systému axiomů, tj. tvrzení, které vyjadřují vztahy mezi základními geometrickými pojmy – bodem, přímkou a rovinou.

Pritom když se nad jednotlivými axiomy a jejich významem zamyslíme, tak axiomatické vztahy v určitém smyslu slova definují právě bod, přímku a rovinu, které v běžném životě mohou představovat i jiné objekty. Tedy bod, přímka a rovina, které definujeme pomocí systému axiomů, jsou mnohem obsáhlejší abstrakcí, než ten bod, přímka a rovina, o kterých hovoříme ve vyučování na středních školách. Ve skutečnosti můžeme říci, že abstraktní pojmy, jako bod, přímka, rovina, obdélník, kulová plocha, aj. reálně hmotně neexistují. Fakticky nemůže existovat něco z hmoty, co nemá žádný rozměr jako bod, nebo neexistuje něco, na čem lze změřit jen délku a nikoliv šířku a tloušťku, a přitom je to dokonale „rovné“ jako je přímka, zrovna tak neexistuje přesně taková ideální kulová plocha, jejíž každý bod má stejnou vzdálenost od daného pevného bodu. Ale existují reálné předměty, kterými můžeme tyto abstraktní pojmy „nahradit“ s takovou přesností, že rozdíl mezi předpokládanou vlastností abstraktního pojmu a skutečnou vlastností jeho „hmotného“ obrazu je minimální a tím pádem při řešení praktických úloh je zcela zanedbatelný. Pokud chceme, aby žáky geometrie přirozeně a nenuceně bavila, měli o ni zájem, v tom případě není vhodné na základní a střední škole začínat učivo stereometrie právě uvedením axiomatické výstavby geometrie. Naopak takto podaná geometrie by byla pro žáky velmi abstraktní a nezáživná, a žáci by tak mohli získat negativní přístup ke geometrii, což jistě není cílem výuky. Také se snadno stane, že vyučování geometrie sklouzne k formalizmu, což rovněž není správná cesta ke geometrii. Spíše se snažíme žákům geometrii přiblížit pomocí vhodných modelů a zkoumat jejich vztahy a společné vlastnosti a ze získaných zkušeností pomalu přecházet k abstraktnímu vnímání a myšlení. (Chodorová, 2017a)

1.2 Geometrická představivost a geometrické pojmy mezi žáky základních škol

Rozvíjení prostorové představivosti probíhá již od nejútlejšího věku dítěte. S rozvíjením geometrické představivosti je dobré začít už během základního vzdělávání. Položila jsem si otázku, jakou prostorovou představivost mají žáci prvního stupně, jak rozumí geometrickým pojmům a jak s nimi dokážou pracovat. Jelikož jsem sama neměla možnost zblízka prakticky se seznámit s výukou geometrie na základní škole a sledovat, jak žáci reagují na jednotlivé geometrické pojmy a co si pod nimi představují, tak jsem oslovila kolegyni RNDr. Lenkou Juklovou, Ph.D., se kterou jsme dospěly k zajímavému nápadu. Rozhodly jsme se, že provedeme dotazníkové šetření, abychom získaly alespoň nějaké informace o porozumění geometrie na základní škole. Na jeho základě jsme si udělaly nějaký závěr o výuce geometrie a geometrické představivosti žáků.

Dotazník byl určen pro žáky 4. a 5. tříd základních škol. Na jaře ve školním roce 2015 – 2016 jsme oslovily čtyři základní školy. Z rozeslaných dotazníků se nám vrátilo zpět 355 vyplněných, z toho jsme musely 5 vyřadit. Dotazník obsahoval celkem šest otázek a z toho pět uzavřených. To znamená, že žáci měli u každé otázky možnost výběru správné odpovědi ze tří, čtyř nebo pěti předložených odpovědí. Přitom otázky a možnosti odpovědí byly voleny tak, aby nebyla správná pouze jedna odpověď, ale nabízelo se i více správných možností. Poslední šestá otázka neměla hodnotit znalosti, nýbrž nás zajímalo, zda mají žáci zájem o geometrii a jestli je baví či nikoliv.

Hned první otázka byla zaměřená na jeden ze základních a nejstarších geometrických pojmů, a to úsečku. Zajímalo nás, zda žáci správně chápou, že úsečka je omezena krajními body, mezi kterými leží nekonečně mnoho vnitřních bodů. Zjištění bylo trochu překvapivé, protože jen necelých 10% respondentů odpovědělo zcela správně, což je u tohoto stěžejního pojmu trošku zarážející.

Obrázek 1. Základní zkoumané pojmy v dotazníku

1. Děti měly v prověrce z geometrie následující příklad:

Na obrázku jsou dány dva různé body A, B . Vyznačte všechny body, které patří úsečce AB .



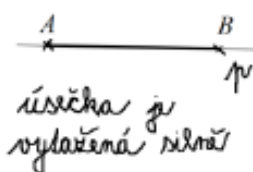
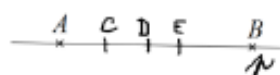
Odpovědi Martina, Anežky, Jirky a Elišky vidíte na obrázku. Zakroužkujte jména všech dětí, které odpověděly správně.

Martin

Anežka

Jirka

Eliška

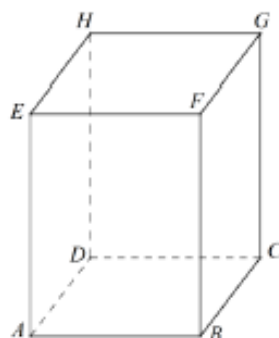


2. Na obrázku jsou znázorněny polopřímky CD a KL . Zakroužkujte všechna tvrzení, která jsou pravdivá.



- Všechny body polopřímky CD patří také polopřímce KL .
- Všechny body polopřímky KL patří také polopřímce CD .
- Na polopřímce CD existují body, které neleží na polopřímce KL .
- Polopřímky KL a CD leží na různých přímkách.
- Polopřímky CD a KL jsou opačné.

3. Na obrázku vidíte kvádr $ABCDEFGH$. Zakroužkujte všechna tvrzení, která jsou pravdivá.



- Přímka AB je kolmá na přímku DH .
- Přímky BF a DH jsou rovnoběžné.
- Přímky CD a BF jsou různoběžné.
- Přímky CD a BF nejsou různoběžné.
- Přímky BF a DH se protínají.

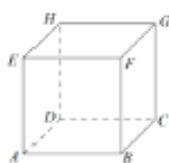
4. Lukáš si postavil doprostřed stolu krychli, která má na každé stěně číslo od 1 do 6 (na každé stěně je právě jedno z těchto čísel), součet čísel na protějších stěnách je vždy 7. Na krychli se díval z pravé strany stolu (jako na obrázku).



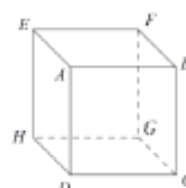
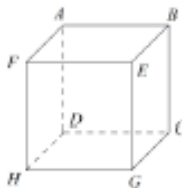
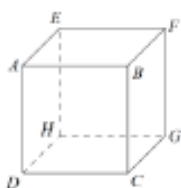
Potom přešel na levou stranu stolu. Zakroužkujte ten obrázek, na kterém je nakreslená krychle tak, jak ji viděl z levé strany.



5. Na stole je položená krychle $ABCDEFGH$, její stěna $ABCD$ na stole leží (jako na obrázku).



Krychli otočíme tak, aby na stole ležela stěna $DCGH$. Zakroužkujte všechny obrázky, které mohou ukazovat takto otočenou krychli.



6. Baví tě geometrie? (zakroužkuj odpověď)

Ano

Ne

Nevím

Zdroj: (Chodorová, 2017a)

Celou druhou otázku správně odpovědělo 22,86% žáků, třetí jen 8%, celou čtvrtou a celou pátou otázku mělo v obou případech správně 42,57 % žáků. Vyslovit stručné hodnocení tohoto dotazníkového šetření v podstatě není možné, neboť některé výsledky byly nečekané a jiné překvapující. Ukázalo se, že žáci mají problém s pochopením a porozuměním pojmu úsečka. V následující otázce o polopřímkách pak docházelo

k súčasnému označení protichůdných tvrzení. Rovněž někteří žáci nemají ujasněné pojmy rovnoběžné, různoběžné a kolmé přímky. Oproti tomu byli celkem úspěšní (kolem 75 %) v označení jednotlivých správných možností odpovědi v otázkách č. 4 a č. 5 (konkrétně 4.c, 5.a), sice v obou případech správně celou otázku mělo nakonec pouze 42,57 % žáků. Průzkum ukázal, že je nutné dbát už na základní škole, aby geometrické pojmy byly správně definovány a následně pochopeny žáky. Nicméně výsledky vyhodnocení otázek č. 4 a č. 5 ukazují, že žáci mají určitou geometrickou představivost, ale je potřeba s ní pracovat a dále ji rozvíjet. Na poslední šestou otázku odpovědělo 39,43% žáků, že je geometrie baví, 35,71% nebaví a 25,14 % žáků neví.

2 Sbírka polohových úloh ze stereometrie

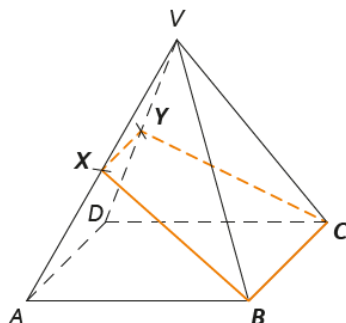
V následující kapitole jsou uvedeny ukázky řešených příkladů ze sbírky polohových úloh ze stereometrie. Během mé krátké praxe na střední škole mi takto koncipovaná sbírka příkladů chyběla, protože většina studentů při výuce matematiky má problém s prostorovou (geometrickou) představivostí a řešením stereometrických úloh a žádná z dostupných sbírek neobsahovala dostatečný počet příkladů zejména na řezy těles. Samotná sbírka polohových úloh ze stereometrie obsahuje jen stručnou teorii a nabízí řadu příkladů k procvičení polohových vlastností a hlavně řezů těles. Sbíрка se skládá ze dvou kapitol: Základy stereometrie a Polohové vlastnosti útvarů v prostoru. Kapitola Polohové vlastnosti útvarů v prostoru je rozdělena na sedm podkapitol: Vzájemná poloha čtyř bodů, Vzájemná poloha dvou přímek, Průnik roviny a tělesa, Vzájemná poloha dvou rovin, Vzájemná poloha tří rovin, Vzájemná poloha přímky a roviny a poslední Průnik přímky s hranicí tělesa. V první kapitole Základy stereometrie je uvedena stručná teorie a princip volného rovnoběžného promítání, v němž jsou současně zobrazena základní tělesa, o kterých je řeč v dalších příkladech. Druhá kapitola obsahuje 47 příkladů, z toho 17 je řešených. Některé příklady jsou autorské, zejména příklady na řezy těles a neautorské příklady jsou posbírány z dostupných sbírek pro střední školy. Nejvíce příkladů obsahuje kapitola B. 3, ve které zejména příklad č. 13 obsahuje 39 dílčích příkladů na řezy krychle. Sbíрка obsahuje také výsledky úloh, kdy ke každé úloze je vypracováno přehledné grafické řešení (i s pomocnými konstrukcemi), což je velmi praktické a umožňuje studentům rychlou kontrolu správnosti výsledku jejich řešení. Sbíрку se zatím nepodařilo vydat, ale od několika málo kolegů, kteří ji využívají, se mi dostalo zpětného ohlasu, který byl kladný. Níže jsou uvedené řešené příklady ze sbírky.

Sbíрка je zatím dostupná pouze v elektronické podobě. (Chodorová, 2017b)

Obrázek 2. Vzájemná poloha čtyř bodů

Je dán pravidelný čtyřboký jehlan $ABCDV$, zjistěte, zda uvedené body B, C, X, Y leží v jedné rovině. Bod X je střed hrany AV , bod Y je střed hrany DV .

Řešení:



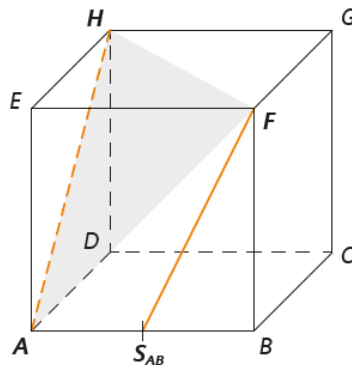
Body B, C, X, Y leží v jedné rovině, protože hrana BC je rovnoběžná se střednou XY a rovnoběžné přímky leží v jedné rovině.

Zdroj: (Chodorová, 2017b)

Obrázek 3. Vzájemná poloha dvou přímek

Je dána krychle $ABCDEFGH$. Rozhodněte o vzájemné poloze přímek AH a $S_{AB}F$:

Řešení:



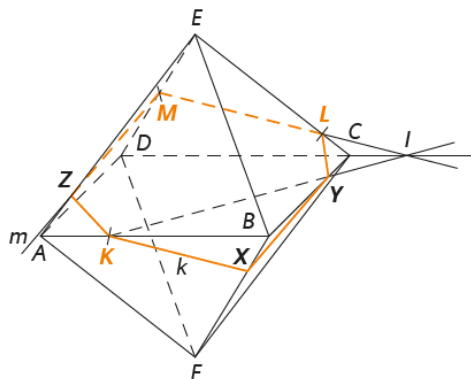
Body A, F, H je jednoznačně určena rovina, ale bod S_{AB} v této rovině zřejmě neleží, tedy přímky AH a $S_{AB}F$ jsou mimoběžné.

Zdroj: (Chodorová, 2017b)

Obrázek 4. Průnik roviny a tělesa

Sestrojte řez pravidelného osmistěnu $ABCDEF$ rovinou KLM .

Řešení:



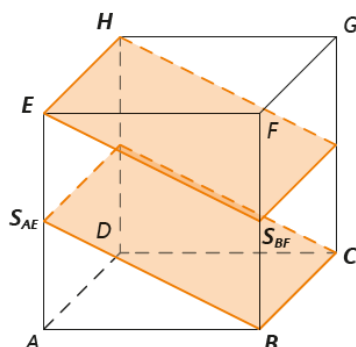
1. Body M, L leží v téže rovině stěny DCE a podle pravidla č. 1 tvoří stranu řezu.
2. Roviny ABF a DCE jsou rovnoběžné, takže podle pravidla č. 2 vedeme bodem K rovnoběžku k s ML .
3. Průnikem přímky k a hrany BF je bod X .
4. Dále už nemůžeme využít žádné pravidlo, musíme tedy sestavit průsečík přímky LM s rovinou podstavy ABC . V tomto případě průsečík I sestavíme jako průsečík přímky LM s hranou CD , protože CD je průsečnice rovin ABC a DCE .
5. Sestrojíme přímku KI a její průsečík s hranou BC je další bod řezu Y .
6. Spojíme LY a XY .
7. Podle pravidla č. 2 bodem M vedeme rovnoběžku m s přímkou XY , neboť roviny BCF a ADE jsou rovnoběžné a průsečík přímky m s hranou AE je bod řezu Z .
8. Spojíme ZK .
9. Řez je určen body $KXYLMZ$.

Zdroj: (Chodorová, 2017b)

Obrázek 5. Vzájemná poloha dvou rovin

Rozhodněte o vzájemné poloze dvou rovin BCS_{AE} a EHS_{BF} , je-li dána krychle $ABCDEFGH$, v případě různoběžných rovin určete jejich průsečnici.

Řešení:



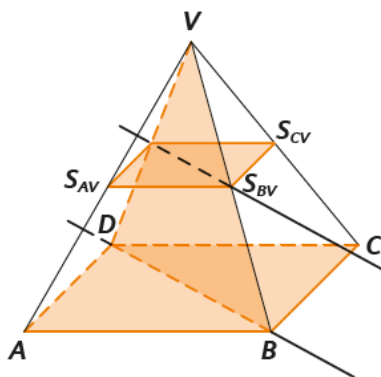
Ukážeme, že rovina EHS_{BF} je rovnoběžná s rovinou BCS_{AE} . V rovině EHS_{BF} si vybere např. přímky EH a ES_{BF} a ukážeme, že tyto přímky jsou rovnoběžné s rovinou BCS_{AE} . Přímka EH je rovnoběžná s přímkou $S_{AE}S_{DH}$ a přímka ES_{BF} je rovnoběžná s přímkou $S_{AE}B$, tedy v rovině EHS_{BF} existují dvě různoběžné přímky rovnoběžné s rovinou BCS_{AE} , a proto jsou roviny BCS_{AE} a EHS_{BF} rovnoběžné.

Zdroj: (Chodorová, 2017b)

Obrázek 6. Vzájemná poloha tří rovin

Je dána pravidelný čtyřboký jehlan $ABCDV$. Rozhodněte o vzájemné poloze tří rovin ABC , BDV , $S_{AV}S_{BV}S_{CV}$.

Řešení:



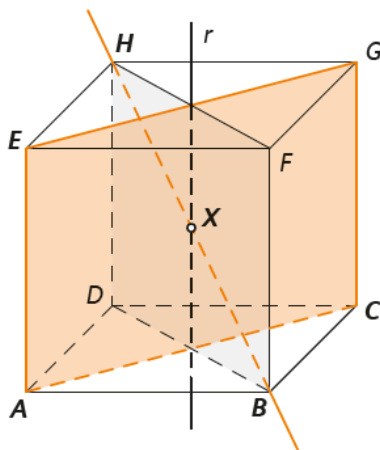
Roviny ABC a $S_{AV}S_{BV}S_{CV}$ jsou navzájem rovnoběžné, protože $AB \parallel S_{AV}S_{BV}$ a $BC \parallel S_{BV}S_{CV}$, tedy třetí rovina BDV protíná tyto dvě rovnoběžné roviny v navzájem rovnoběžných přímkách.

Zdroj: (Chodorová, 2017b)

Obrázek 7. Vzájemná poloha přímky a roviny

Je dána krychle $ABCDEFGH$. Určete průsečík přímky BH s rovinou ACE .

Řešení:



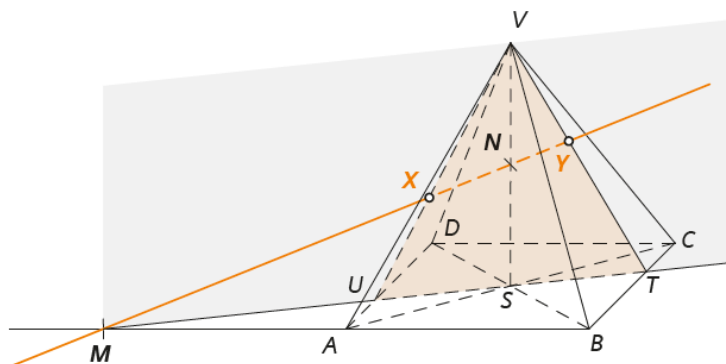
Přímku BH proložíme vhodnou rovinu, v tomto případě to bude rovina BDH . Sestrojíme průsečnici r těchto rovin. Hledaný průsečík přímky BH a roviny ACE je bod X , který je průsečíkem přímek BH a r .

Zdroj: (Chodorová, 2017b)

Obrázek 8. Průnik přímky s hranicí tělesa

Je dán pravidelný čtyřboký jehlan $ABCDV$. Určete průsečíky přímky MN s hranicí jehlanu. Pro body M, N platí: $A = S_{MB}$, $N = S_{SV}$, bod S je střed podstavy $ABCD$.

Řešení:



Přímku MN proložíme rovinu, která prochází vrcholem jehlanu (tzv. vrcholovou rovinu) a určíme její řez UTV s jehlanem. Přímka MN protíná hranici tohoto řezu (tj. hranici jehlanu) v bodech XY .

Zdroj: (Chodorová, 2017b)

Literatúra

Balada, F., 1959. *Z dějin elementární matematiky*. Praha: SPN.

Dubec, A., 1959. *Metodika vyučovania deskriptívnej geometrie*. Bratislava: SPN.

- Gardner, H., 1999. *Dimenze myšlení*. Praha: Portál. ISBN 80-7178-279-3
- Hartl, P., Hartlová, H., 2000. *Psychologický slovník*. Praha: Portál. ISBN 80-7178-303-X
- Chodorová, M., 2017a. *Rozvíjení prostorové představivosti pomocí úloh ve stereometrii*. Olomouc. (Rigorózní práce.)
- Chodorová, M., 2017b. Sbírká úloh STEREOMETRIE – Polohové vlastnosti útvarů v prostoru. Dostupné na: http://www.kag.upol.cz/data/upload/17/Polohove_vlastnosti.pdf
- Chodorová, M., Juklová, L., 2017. Geometrické pojmy na základní škole. *Matematika – fyzika – informatika*, vol. 26, no. 4, s. 261 – 271. ISSN 1210-1761
- Kadleček, J., 1996. *Geometrie v rovině a prostoru*. Praha: Prometheus. ISBN 80-7196-017-9
- Langmeier, J., Krejčířová, D., 2006. *Vývojová psychologie*. Praha: Grada Publishing. ISBN 978-80-247-1284-0
- Mikan, M., 1954. *Jak se vyvinula matematika a geometrie*. Praha: Orbis.
- Molnár, J., 2009. Rozvíjení prostorové představivosti (nejen) ve stereometrii. Olomouc: Univerzita Palackého. ISBN 978-80-244-2254-1
- Piaget, J., Inhelder, B., 2010. *Psychologie dítěte*. Praha: Portál. ISBN 978-80-7367-798-5
- Říčan, P., 2010. *Psychologie osobnosti*. Praha: Grada Publishing. ISBN 978-80-247-3133-9

Výuka deskriptivní geometrie na Přírodovědecké fakultě Univerzity Palackého v Olomouci

Lenka Juklová

Katedra algebry a geometrie Přírodovědecké fakulty Univerzity Palackého v Olomouci
E-mail: lenka.juklova@upol.cz

Abstrakt: Příspěvek je věnován výuce deskriptivní geometrie na Přírodovědecké fakultě Univerzity Palackého v Olomouci. Popisuje současný stav výuky deskriptivní geometrie, konstrukční geometrie a předmětů s nimi souvisejících v bakalářských i navazujících magisterských oborech vzdělávajících budoucí středoškolské učitele deskriptivní geometrie a matematiky. Jsou zde také ukázky vytvářených studijních materiálů pro uvedené předměty.

Klíčové slová: deskriptivní geometrie, konstrukční geometrie, geometrie, výuka deskriptivní geometrie, studijní opory

1 Historie výuky deskriptivní geometrie v Olomouci

Výuka deskriptivní geometrie na Přírodovědecké fakultě Univerzity Palackého v Olomouci (PřF UP) má dlouhou tradici. Fakulta připravuje učitele deskriptivní geometrie a také učitele matematiky, kteří absolvují v rámci svého studia předměty spojené s deskriptivní geometrií. Výuku deskriptivní geometrie na fakultě zajišťuje Katedra algebry a geometrie, jejíž historie navazuje na dlouhodobé tradice výuky matematiky, která započala již na olomoucké univerzitě v roce 1579.

Po obnovení univerzity v Olomouci v roce 1946 byl nejdříve na Pedagogické fakultě Univerzity Palackého (PdF UP) a na bienninu přírodních věd zřízen matematický ústav a později v roce 1952 vznikla na PdF UP Katedra matematiky, fyziky a chemie. V roce 1953 byla na vzniklé Vysoké škole pedagogické ustavena samostatná Katedra matematiky pod vedením profesora Josefa Metelky, která se po založení PřF UP postupně rozdělila na Katedru algebry a geometrie PřF UP, Katedru matematické analýzy PřF UP a Katedru metodiky matematiky a elementární matematiky PřF UP. Od Katedry algebry a geometrie se v 70. letech oddělila Katedra teoretické kybernetiky PřF UP a Katedra matematické informatiky PřF UP, naopak po roce 1989 se stala její součástí Katedra metodiky matematiky a elementární matematiky PřF UP.

Obrázek 1. Přírodovědecká fakulta UP



Zdroj: (Přírodovědecká fakulta, 2017)

Katedra algebry a geometrie v súčasnej dobe garantuje, mimo jiné, na PĚF UP bakalářské a na něj navazující magisterské učitelství matematiky a analogické formy studia pro deskriptivní geometrii, přičemž jak deskriptivní geometrii, tak matematiku si již vystudovaní učitelé mohou doplnit jako další aprobaci v rámci kombinovaného navazujícího studia učitelství. Dále je zde akreditováno doktorské studium s možností obhajovat disertační práce v oborech „Algebra a geometrie“ a Didaktika matematiky. Všechny obory lze studovat jak v prezenční, tak v kombinované formě, s výjimkou doplnění aprobace, kde je studium pouze kombinované. (Katedra algebry a geometrie, 2017).

2 Výuka deskriptivní geometrie

2.1 Deskriptivní geometrie v bakalářském studiu

V bakalářském studiu je deskriptivní geometrii věnován obor „Deskriptivní geometrie se zaměřením na vzdělávání“, přičemž studium je dvouoborové, připravující studenty na navazující studium oboru „Učitelství deskriptivní geometrie pro střední školy“ a studuje se pouze v kombinaci s oborem „Matematika se zaměřením na vzdělávání“ (M–DG).

Prostorová představivost, dobrá znalost geometrie a základy některých zobrazovacích metod jsou však také nezbytné pro budoucí učitele matematiky, proto je učivo deskriptivní geometrie rovněž obsaženo ve studijním plánu oboru „Matematika se zaměřením na vzdělávání“ (M–X). Studium je opět dvouoborové, studenti si jako druhý obor vybírají (kromě deskriptivní geometrie) z oborů biologie, biologie a environmentální výchova, fyzika, geografie, geologie, chemie, informatika, které jsou garantovány PĚF UP, nebo volí mezifakultní kombinaci oborů, kdy s matematikou studují anglickou, francouzskou, či ruskou filologii na Filozofické fakultě UP, tělesnou výchovu a sport na Fakultě tělesné kultury UP, případně hudební, či výtvarnou výchovu na PdF UP.

Všechny uvedené dvouobory pokračují v navazujícím magisterském studiu již jako učitelství – „Učitelství deskriptivní geometrie pro střední školy“, „Učitelství matematiky pro střední školy“, atd. Učitelé z praxe, kteří si chtějí doplnit deskriptivní geometrii (matematiku) jako další aprobační předmět, mohou studovat navazující obor „Učitelství deskriptivní geometrie pro střední školy (jednooborové)“, (analogicky pro matematiku).

Studenti bakalářského studia M–X mají povinné dva semestry předmětu „Konstrukční geometrie“. Obsah předmětu je následující:

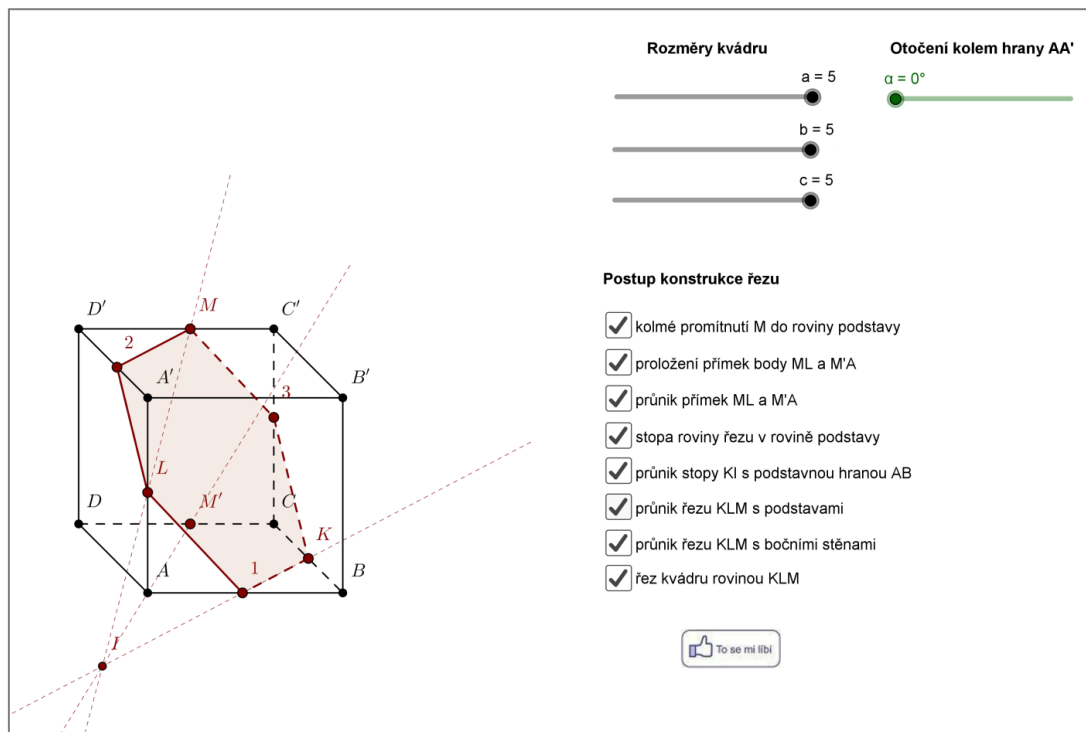
- řešení konstrukční úlohy (užitím množin bodů daných vlastností, shodných a podobných zobrazení apod.);
- shodná a podobná zobrazení v rovině, kruhová inverze;
- kuželosečky (řešení úloh o kuželosečkách užitím ohniskových vlastností);
- stereometrie (definice a věty potřebné pro řešení prostorových úloh);
- volné rovnoběžné promítání pro střední školy;
- základy osové afinity a středové kolineace;
- základy Mongeovy projekce.

Cvičení předmětu probíhají odděleně pro studenty M–DG, kteří si v rámci cvičení upevňují a rozšiřují především znalosti z konstrukce kuželoseček užitím osové afinity a středové kolineace.

Vzhledem k tomu, že velmi často přicházejí studenti ze středních škol, kterým chybí základy geometrie, mohou studenti v prvních ročnících absolvovat povinně volitelné či volitelné semináře zaměřené na doplnění znalostí – pochopení a upevnění základních geometrických pojmů a vztahů mezi nimi, základy rýsování apod. Studenti, kteří naopak mají pevné základy a mají zájem o rozšíření svých znalostí geometrie (i se zaměřením na jejich budoucí učitelskou praxi) si naopak vybírají semináře, které rozvíjejí nabyté znalosti z konstrukční geometrie. Jedním z nich je například seminář, zabývající se vytvářením dynamických modelů pro výuku stereometrie na středních školách, kdy studenti v programu GeoGebra ve 2D vypracují dynamický model, ale také musí daný příklad předvést jako výuku. Na Obr. 2 je práce studenta T. Hrdličky (F–M, 2016/2017) – řez

kvádru ve volném rovnoběžném promítání. Kvádr rotuje kolem hrany AA' , výchozí poloha je nadhled zleva, body K, L, M řezu se pohybují po hranách kvádru, na kterých leží, a konstrukce se zobrazuje postupně zaškrťáváním políček. Volitelné jsou také rozměry kvádru.

Obrázek 2. Dynamický model řezu kvádru v programu GeoGebra



Zdroj: L. Juklová: Seminární práce studenta

Studenti bakalářského učitelského oboru matematika absolvují také předměty propojující analytickou a syntetickou geometrii, povinně mají tři semestry analytické geometrie, jejímž obsahem je afinní a eukleidovská geometrie, kuželosečky, kvadriky a zobrazení v afinních a eukleidovských prostorech. V těchto předmětech je kladen důraz na propojení syntetické a analytické metody a pochopení souvislostí, a také na rozvoj geometrické a prostorové představivosti. Jako povinně volitelné či volitelné si pak studenti mohou zapsat předměty zabývající se grafikou a grafickým softwarem, jedná se o výběr předmětů povinných či povinně volitelných v oboru deskriptivní geometrie.

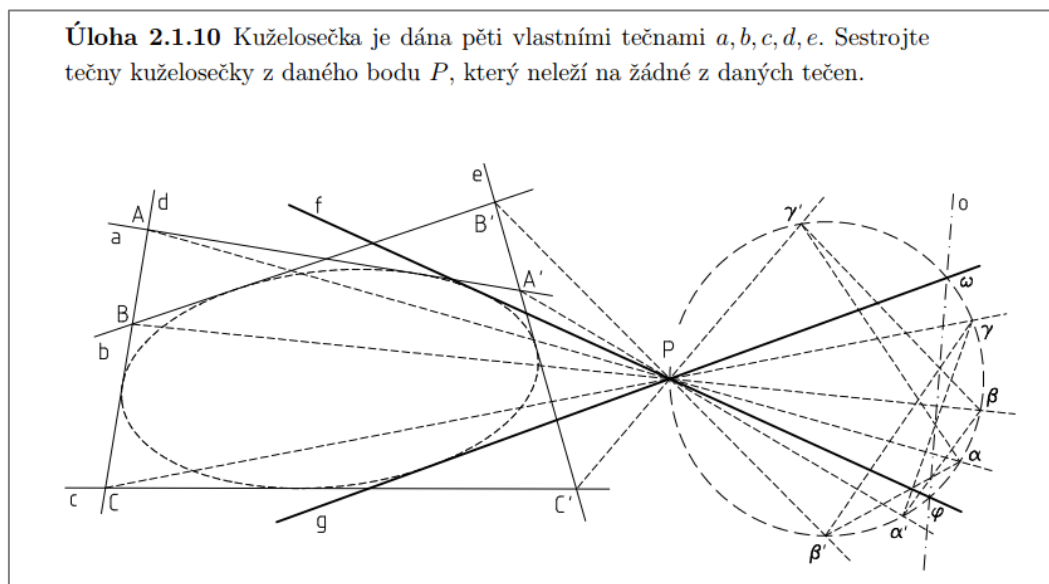
Do bakalářského oboru M-DG jsou přijímáni i studenti, kteří neměli na střední škole deskriptivní geometrii, učivo je koncipováno tak, aby se studenti s oborem seznamovali od základu. Studenti povinně absolvují čtyři semestry zobrazovacích metod a dva semestry některých aplikací deskriptivní geometrie s následujícím obsahem

- stereometrie (definice a věty);
- teoretické základy volného rovnoběžného promítání (nejen pro střední školy);
- osová afinita a středová kolineace v prostoru i rovině;
- kótované promítání;
- Mongeova projekce;
- pravoúhlá axonometrie;
- kosoúhlé promítání;
- středové promítání;
- lineární perspektiva;
- základy kartografie;
- cyklografie;
- kinematická geometrie v rovině.

Ve všech zobrazovacích metodách studenti řeší polohové a metrické úlohy, řešení střech, zobrazení rovinných útvarů včetně kružnice, zobrazování hranatých i oblých těles, průniky a osvětlování těles a ploch.

Dále studenti absolvují dva semestry syntetické projektivní geometrie, kde získají a rozšíří především znalosti o projektivních vlastnostech kuželoseček, které následně využijí v zobrazovacích metodách, aplikacích deskriptivní geometrie a později i v plochách technické praxe, na Obr. 3 je ukázka studijní opory předmětu (Chodorová, 2014)

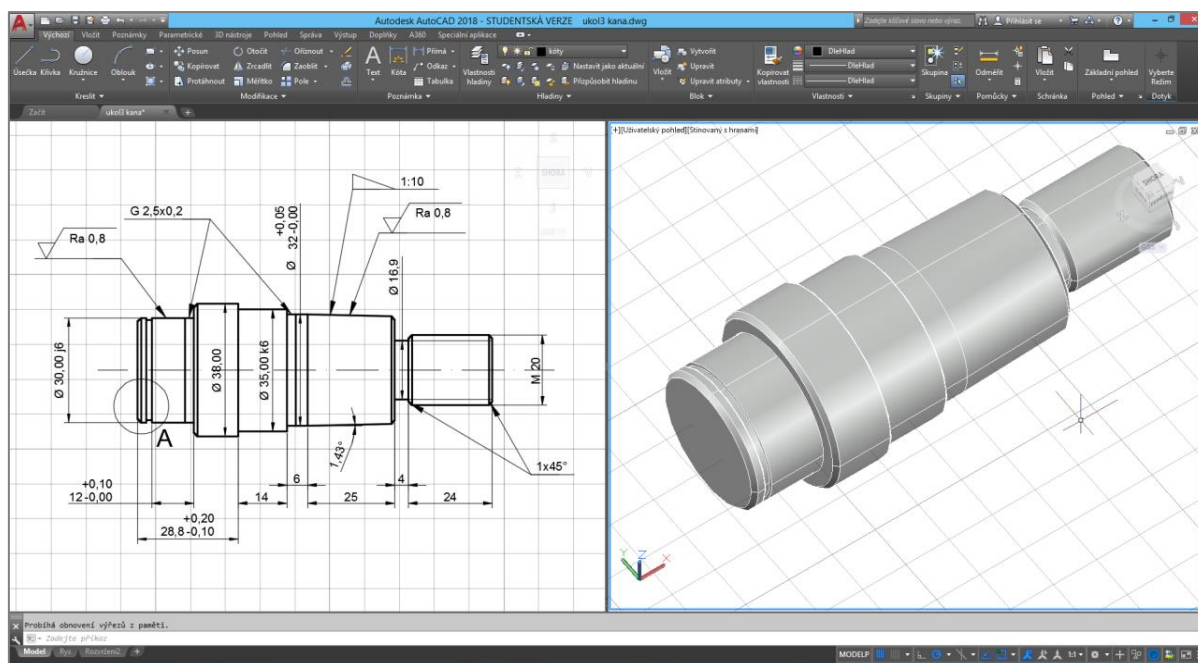
Obrázek 3. Studijní opora pro M-DG



Zdroj: M. Chodorová: Projektivní geometrie

Studenti se musí naučit správně a úhledně rýsovat tužkou a tuší, ale také povinně absolvují rýsování v AutoCADu a technické kreslení. Mezi povinnými a povinně volitelnými předměty mají také zařazenu grafiku a grafický design, na Obr. 4 ukázka z výuky technického kreslení.

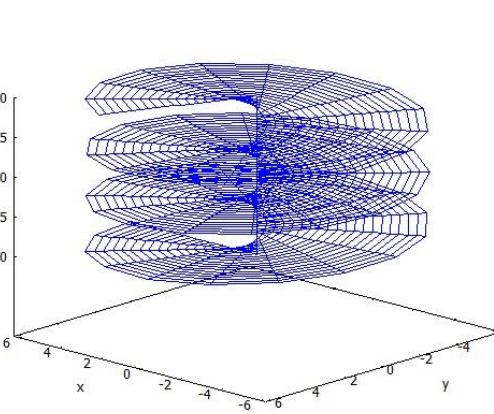
Obrázek 4. Technické kreslení



Zdroj: J. Kratochvíl: Výukový materiál

Studenti navazujícího magisterského studia M-DG využijí získané znalosti při studiu vlastností ploch technické praxe (především kvadriky, přechodové plochy a plochy konstantního spádu, dále rotační, zborčené a šroubové plochy), které se učí nejen konstruovat, ale také parametrizovat v diferenciální geometrii a modelovat v některém z dostupných softwarů, na Obr. 5 schodová plocha vymodelovaná v programu Maxima.

Průmysl sroubový konoid



A 3D plot of a helical cone (sroubový konoid) surface. The surface is plotted in a 3D coordinate system with axes labeled x, y, and z. The x and y axes range from -6 to 6, and the z axis ranges from 0 to 20. The surface is a cone-like structure with a helical twist, centered along the z-axis. The plot is rendered in blue lines on a white background.

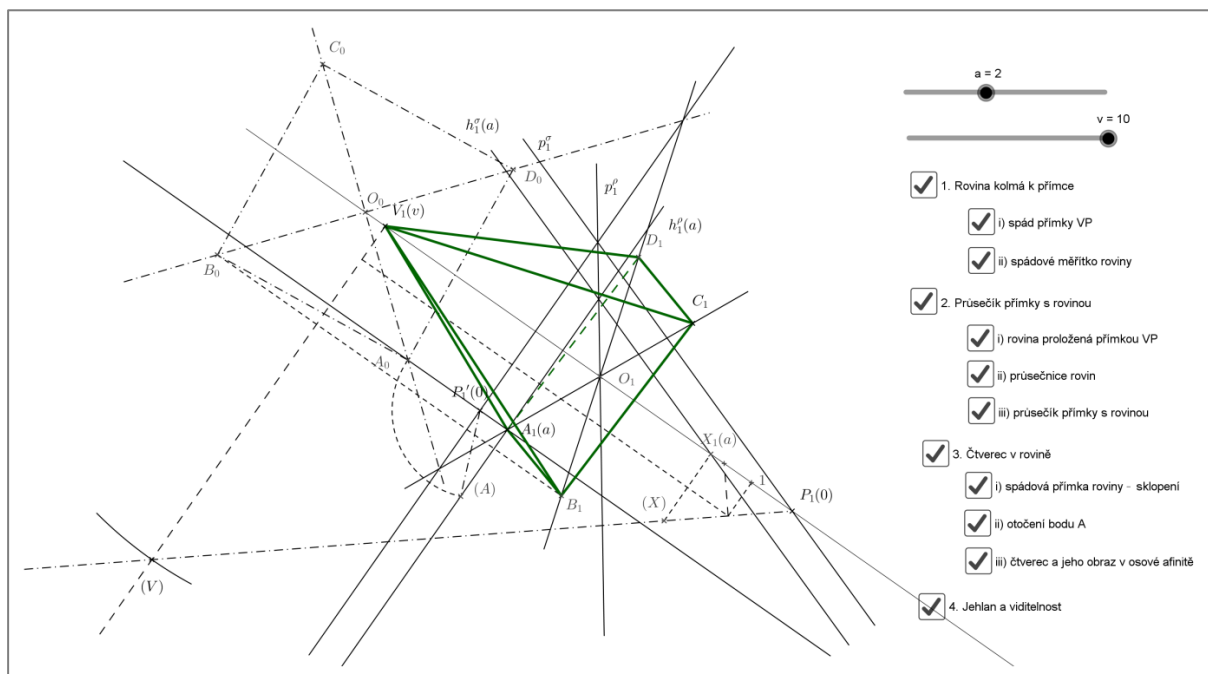
Plochy studenti parametrizují různými způsoby a mají možnost pak při vytváření modelů vidět vztahy mezi parametrizací a tvarem souřadných křivek. Se základními vlastnostmi technických ploch se seznámí v povinných předmětech, nabyté znalosti mohou prohloubit v povinně volitelných seminářích z deskriptivní geometrie.

39

Sestrojení zadání úlohy o plochách technické praxe by zabralo studentům značnou část hodiny a na objasnění potřebných pojmů by pak nezůstalo dostatek prostoru. Proto vytváříme pracovní listy se zadáním příkladů, studenti řešení zaznamenávají přímo do pracovních listů a odpadá časově náročná konstrukce zadání. Na Obr. 6 je ukázka ze studijní opory řešených příkladů, ve které jsou řešené příklady (včetně popisu konstrukce) o rotačních kvadrikách, a přílohou opory je soubor pracovních listů se zadáním všech úloh. Úkolem je sestavit v pravoúhlé axonometrii dané axonometrickým trojúhelníkem průnik paraboloidu a protáhlého elipsoidu, jejichž osy leží v bokorysně a jsou vzájemně rovnoběžné. (Juklová & Ošlejšková, 2013)

Vzhledem k tomu, že se jedná o studenty učitelství, je samozřejmé, že se nabyté znalosti studenti učí zpracovat po metodické stránce a v didaktice deskriptivní geometrie vytvářejí také výukové materiály pro jednotlivé zobrazovací metody. Studenti vypracovávají i příklady vhodné k řešení základních úloh ze zobrazovacích metod, nebo zpracují dané téma jako výukový aplet. Obr. 7 ukazuje vytvořený výukový aplet pro konstrukci pravidelného čtyřbokého jehlanu ze zadaných prvků (osa a vrchol podstavy) v kótovaném promítání. Tyto materiály pak také využíváme při výuce v bakalářském studiu.

Obrázek 7. Výukový aplet vytvořený v programu GeoGebra



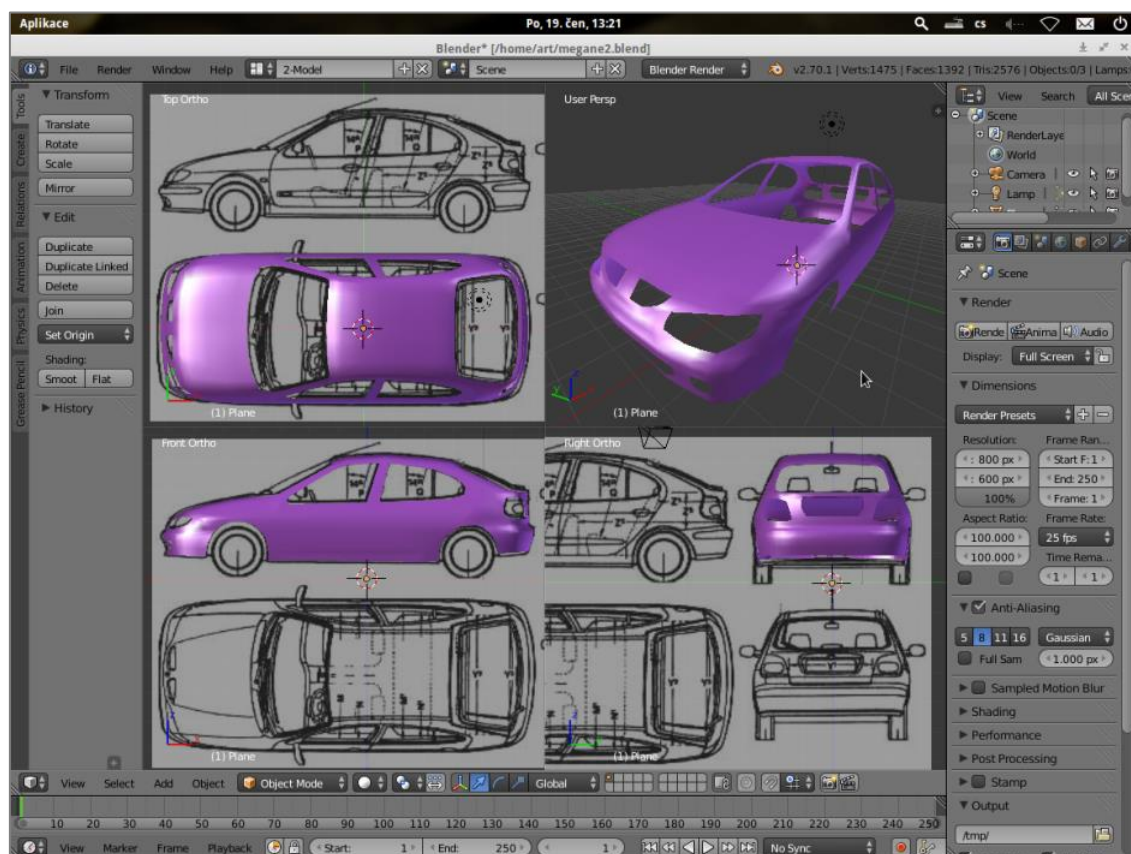
Zdroj: L. Juklová: Výukový materiál

Studenti mají i v navazujícím studiu kurzy počítačové grafiky a didakticky orientované semináře ze středoškolského učiva planimetrie a stereometrie, na Obr. 8 je ukázka výukového materiálu z 3D modelování v Blenderu.

Studenti navazujícího učitelského studia M–X znalosti získané v bakalářském studiu prohloubí v povinném kurzu diferenciální geometrie, případně v povinně volitelném kurzu analytické projektivní geometrie a mohou si také vybírat povinně volitelné a volitelné předměty z grafiky a designu či deskriptivní geometrie, které jsou pro obor M–DG povinné či povinně volitelné.

V bakalářském i navazujícím studiu si nejen studenti M–DG, ale často i studenti M–X volí ve svých závěrečných pracích témata z deskriptivní geometrie. Jejich kvalifikační práce se věnují například fotogrammetrii, divadelní perspektivě, řešení úloh o kuželosečkách nebo řešení Apolloniových a Pappových úloh užitím prostorových konstrukcí. Cílem didakticky zaměřených kvalifikačních prací je vytváření výukových apletů například na konstrukce kuželoseček užitím ohniskových vlastností, na středoškolské úlohy z Mongeovy projekce, apod.

Obrázek 8. Model vytvorený v Blenderu



Zdroj: L. Rachůnek: Výukový materiál

V minulých letech jsme na katedře řešili projekt OPVK „Rozšíření akreditace učitelství matematiky a učitelství deskriptivní geometrie na PŘF UP v Olomouci o formu kombinovanou“ (Katedra algebry a geometrie, 2017) zaměřený na zkvalitnění výuky učitelských oborů. V rámci projektu se nám povedlo vydat řadu nových a inovovaných výukových materiálů pro deskriptivní geometrii i matematiku, vycházejících z požadavků praxe. Studenti získali řadu nových studijních opor, včetně příkladů k procvičení a pracovních listů. Z opor obsahujících geometrii jsou to skripta a učebnice z projektivní geometrie (Chodorová, 2014), aplikací deskriptivní geometrie (Juklová, 2013), rotačních ploch (Juklová, 2012) a (Juklová & Ošlejšková, 2013), z analytické geometrie (Jukl, 2013), diferenciální geometrie (Mikeš & Sochor, 2013). Některé opory byly zpracovány ve spolupráci se studenty, kteří ve svých diplomových pracích zpracovávali daná témata spolu s příklady. Opory využívají studenti obou stupňů studia v prezenční i kombinované formě, mají před sebou probíraný text, který si nepřepisují slovo od slova do sešitu, ale sledují výuku, do pracovního archu si provádí potřebné konstrukce, které sledují na tabuli nebo na plátně a kontrolují si postup na pracovním listu, většina jich pak porozumí probírané látce ihned při výkladu.

3 Závěr

Katedra algebry a geometrie Přírodovědecké fakulty Univerzity Palackého v Olomouci navazuje na dlouholetou tradici výuky deskriptivní geometrie na olomoucké univerzitě. Katedra připravuje učitele nejen deskriptivní geometrie. Obsah předmětů průběžně přizpůsobujeme moderním technickým trendům, zařazujeme předměty, ve kterých se pracuje s grafickým softwarem. Ve výuce využíváme i nové výukové metody, vytváříme výukové aplety, které pak studenti mohou využít ve své praxi. Naším cílem je udržet výuku deskriptivní geometrie na vysoké úrovni a současně reagující na vývoj v profesích, které jsou na deskriptivní geometrii postaveny (např. současné trendy a metody v architektuře, stavebnictví, strojnictví apod.)

Literatúra

GeoGebra. Dostupné na: <http://www.geogebra.org> [citované 18. 6. 2017]

Jukl, M., 2013. *Analytická geometrie*. Olomouc: Vydavatelství Univerzity Palackého. ISBN 978-80-244-3963-1. Dostupné na: <http://www.kag.upol.cz/data/upload/15/AG-Jukl.pdf>

Juklová, L., 2012. *Rotační plochy*. Olomouc: Vydavatelství Univerzity Palackého. ISBN 978-80-244-3236-6. Dostupné na: <http://www.kag.upol.cz/data/upload/16/plochy1/RP.pdf>

Juklová, L., 2013. *Aplikace deskriptivní geometrie, Základy kartografie a cyklografie*. Olomouc: Vydavatelství Univerzity Palackého. ISBN 978-80-244-3600-5. Dostupné na: <http://www.kag.upol.cz/data/upload/16/aplikace/AplikaceDG.pdf>

Juklová, L., Ošlejšková, M., 2013. *Rotační kvadriky v příkladech*. Olomouc: Vydavatelství Univerzity Palackého. ISBN 978-80-244-3998-3. Dostupné na: <http://www.kag.upol.cz/data/upload/16/plochy1/RKvP.pdf>

Katedra algebry a geometrie, 2017. Dostupné na: <http://www.kag.upol.cz/> [citované 18. 6. 2017]

Mikeš, J., Sochor, M., 2013. *Diferenciální geometrie ploch v úlohách*. Olomouc: Vydavatelství Univerzity Palackého. ISBN 978-80-244-3999-0. Dostupné na: http://www.kag.upol.cz/m-dg/texty/dif_geom_ploch.pdf

Přírodovědecká fakulta, 2017. Dostupné na: <http://www.prf.upol.cz/> [citované 18. 6. 2017]

Studijní agenda, 2017. Dostupné na: <https://stag.upol.cz/portal/studium/prohlizeni.html> [citované 18. 6. 2017]

Testovanie priestorovej predstavivosti

Ivana Katreničová¹, Lucia Baranová²

Katedra aplikovanej matematiky, ÚTMS, SvF TUKE, Vysokoškolská 4, 042 00 Košice

E-mail: ¹ Ivana.Katrenicova@tuke.sk, ² Lucia.Baranova@tuke.sk

Abstrakt: V príspevku uvádzame stručný prehľad výuky deskriptívnej geometrie na Stavebnej fakulte Technickej univerzity v Košiciach (SvF TUKE). Ďalej sa venujeme pojmu priestorová predstavivosť, možnostiam jej testovania pomocou štandardizovaných testov. V závere uvádzame testovanie priestorovej predstavivosti študentov vlastným neštandardným testom priestorovej predstavivosti.

Kľúčové slová: deskriptívna geometria, priestorová predstavivosť

1 Výuka deskriptívnej geometrie na SvF TUKE v Košiciach

Schopnosť vizualizovať priestorové objekty v predstavách je pre každého človeka v určitej miere potrebná. Pre stavebných inžinierov je však táto dispozícia nevyhnutná pre porozumenie všetkým zákonitostiam a vzťahom technickej praxe. V dnešnej dobe plnej technických vymožeností sa základné kurzy deskriptívnej geometrie posúvajú do úzadia a znižuje sa ich hodinová dotácia. Nie je to vždy na ošoh. Študenti potrebujú kurzy, ktoré ich naučia čítať a predstavovať si výstupy z počítačových programov.

Kurz deskriptívnej geometrie bol na Stavebnej fakulte TUKE v minulosti počas prvých dvoch semestrov štúdia. V súčasnej dobe je kurz deskriptívnej geometrie len v prvom semestri v rozsahu dvoch hodín prednášok a dvoch hodín cvičení týždenne za 5 kreditov. Počas 13-týždenného semestra sa študenti oboznámia so základmi zobrazení. Osnova je nasledovná:

Euklidovský priestor; rozšírený Euklidovský priestor; ohniskové vlastnosti kužeľosečiek; perspektívna kolíneácia a osová afinita; Mongeova projekcia; Axonometria šikmá aj kolmá; Stredové premietanie; Lineárna perspektíva viazaná aj voľná a plochy rotačné, priamkové aj skrutkové.

Slovo „oboznáma“ bolo použité zámerne, pretože pri danom rozsahu učiva a danej hodinovej dotácii je hlbšie porozumenie u študentov len vo výnimočných prípadoch.

2 Priestorová predstavivosť

Priestorová predstavivosť sa stala objektom záujmu psychológov a didaktikov v prvej polovici 20. storočia. Niektoré zdroje rozlišujú medzi schopnosťou, s ktorou sa človek narodí a naučenou zručnosťou, ktorú možno skúsenosťami zdokonaľovať (Sorby, 1999). Keďže v praxi je veľmi zložitý oddeliť naučenú od vrodenej schopnosti, pod pojmom priestorová predstavivosť chápeme obe tieto zložky neoddeliteľne.

V odbornej literatúre nie je uvedená jednotná definícia tohto pojmu, preto uvádzame niekoľko definícií:

- Priestorová predstavivosť môže byť definovaná ako schopnosť manipulovať s objektom alebo vzorom v predstavách. (Kahle, 1983);
- Priestorová predstavivosť je bežne spojená s úlohami hodnotiacimi priestorovú schopnosť, ktoré zahŕňajú komplikované, viackrokové manipulácie s priestorovo zadanými informáciami. Tieto úlohy môžu zahŕňať procesy, ktoré nevyhnutne vyžadujú priestorové vnímanie a schopnosť rotácie v predstave. (Linn & Petersen, 1985);
- Priestorová predstavivosť je schopnosť riešiť priestorové problémy vnímaním dvojrozmerných a trojrozmerných tvarov a porozumením vnímaných informácií a vzťahov. (definícia podľa Séra uvádzaná Nagy-Kondor, 2007);
- Pojem priestorová predstavivosť opisuje mentálnu manipuláciu s priestorovou informáciou na určenie ako sa bude javiť dané priestorové usporiadanie po rotácii, zložení, premiestnení alebo inej transformácii. (Salthouse, 1990);

- Priestorové zručnosti sú duševné vlastnosti využívané pri porozumení, manipulácii, reorganizovaní alebo interpretácii vzťahov vizuálne. (Tartre, 1990);
- Priestorová predstavivosť je schopnosť manipulovať, rotovať, rozdeliť alebo prevrátiť obrazovo zadané stimuly. (McGee, 1979);
- Priestorová predstavivosť je charakterizovaná schopnosťami vytvárať adekvátne obrazy priestorových útvarov a v predstavách s nimi operovať. (Mišútová & Červeňanská, 2005);
- Priestorová predstavivosť je súhrn schopností týkajúcich sa reprodukčných i anticipačných, statických a dynamických predstáv o tvaroch, vlastnostiach a vzájomných vzťahoch medzi geometrickými útvarmi v priestore. (Molnár, 2010);
- Priestorovou predstavivosťou rozumieme schopnosť predstavovať si vlastnosti geometrických trojrozmerných predmetov, ich tvar, polohu, veľkosť a umiestnenie v priestore. (Rumanová, 2012).

V našom ponímaní je priestorová predstavivosť schopnosť v predstave riešiť vizuálne zadaný problém.

2.1 Zložky priestorovej predstavivosti

Obhajcovia dôležitosti priestorového myslenia ako súčasti vzdelávania vytvorili model, ktorý pozostáva z troch častí: čo vidíme, čo si predstavujeme a čo si načrtneme (McKim, 1980). Ľudia s rozvinutým priestorovým myslením používajú všetky zložky predstavivosti súčasne v interakcii.

Odbornou spoločnosťou najviac uznávaná kategorizácia priestorovej predstavivosti pozostáva z piatich častí (McGee, 1979; Maier, 1998):

- priestorové vnímanie - schopnosť uvedomiť si veľkosť, tvar, pohyb a orientáciu objektov;
- priestorová predstava - schopnosť mentálne znázorniť a manipulovať s dvoj a trojrozmernými objektami;
- mentálna rotácia - schopnosť predstaviť si ako bude objekt vyzeráť ak bude otočený;
- priestorové vzťahy - schopnosť uvedomiť si umiestnenie objektu v priestore vo vzťahu k zadanému objektu;
- priestorová orientácia - schopnosť pohybovať sa v prostredí použitím zmyslu pre smer.

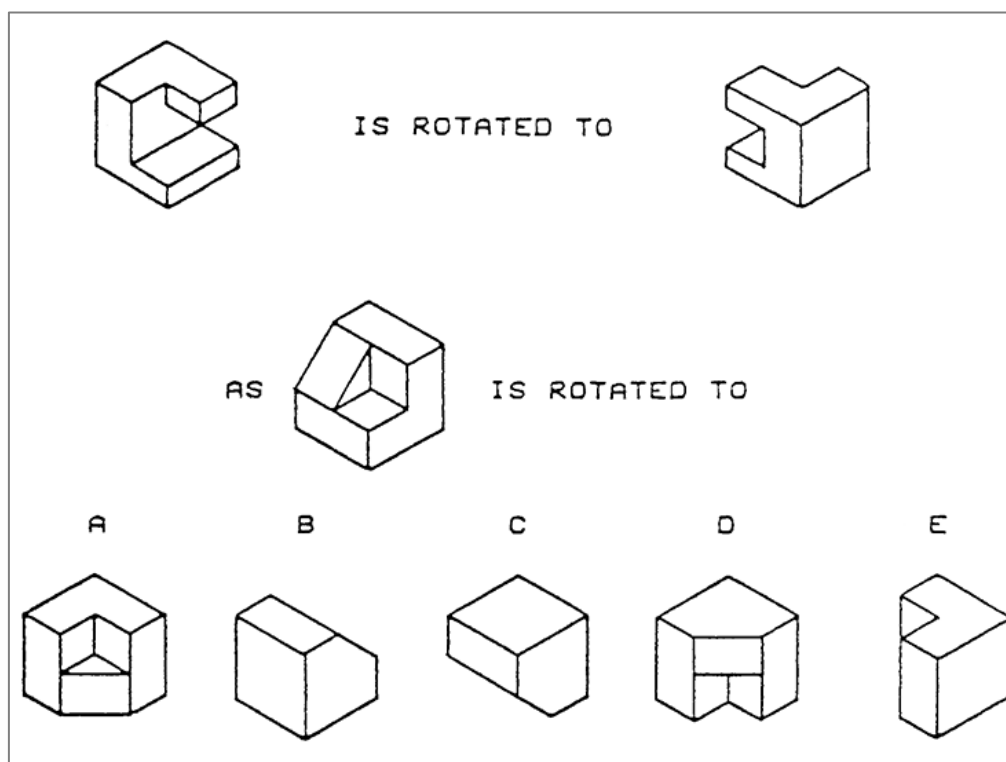
3 Možnosti testovania priestorovej predstavivosti

Je dostupných niekoľko štandardizovaných testov priestorovej predstavivosti, ktoré testujú konkrétne zložky priestorovej predstavivosti. Tieto testy boli vytvorené ako časti prijímacích skúšok na vysokú školu alebo ako súčasť všeobecných inteligenčných testov.

3.1 The Purdue Spatial Visualization Test: Rotations

Test pozostáva z 30 úloh a navrhnutý je na 20 minút. Úlohy testu sú navrhnuté na ohodnotenie schopnosti priestorovej predstavy a schopnosti mentálnej rotácie.

Obrázok 1. Úloha z testu The Purdue Spatial Visualization Test: Rotations

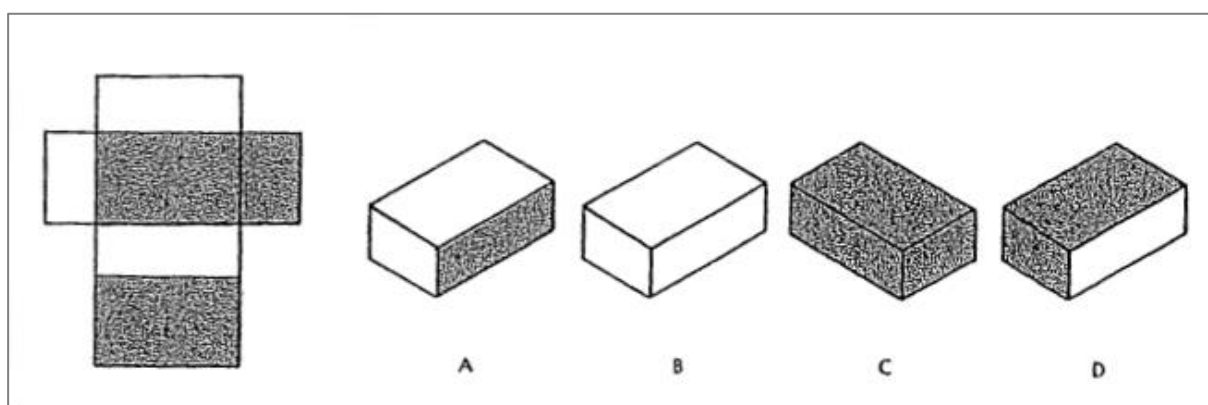


Zdroj: (Curry, 2016)

3.2 The Differential Aptitude Test: Space Relations

Test pozostáva z 50 úloh a navrhnutý je na 25 minút. Úlohy testu sú navrhnuté na ohodnotenie schopnosti priestorovej predstavy a schopnosti mentálnej rotácie.

Obrázok 2. Úloha z testu The Differential Aptitude Test: Space Relations

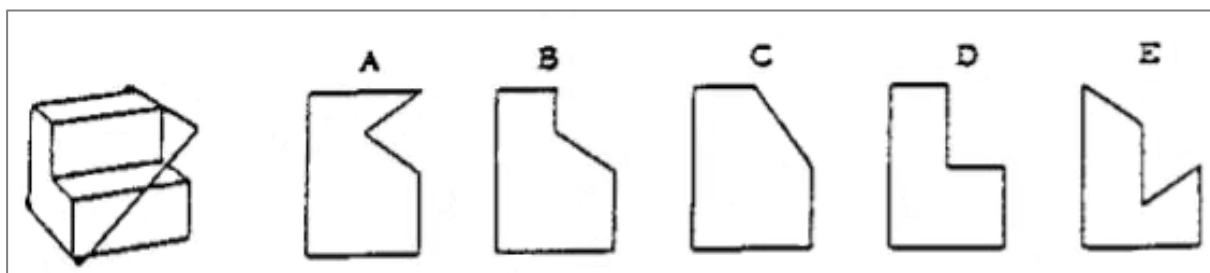


Zdroj: (Katsioloudis, et al., 2014)

3.3 The Mental Cutting Test

Test pozostáva z 25 úloh a navrhnutý je na 20 minút. Úlohy testu sú navrhnuté na ohodnotenie schopnosti priestorového vnímania, priestorovej predstavy, schopnosti mentálnej rotácie a priestorové vzťahy.

Obrázok 3. Úloha z testu The Mental Cutting Test

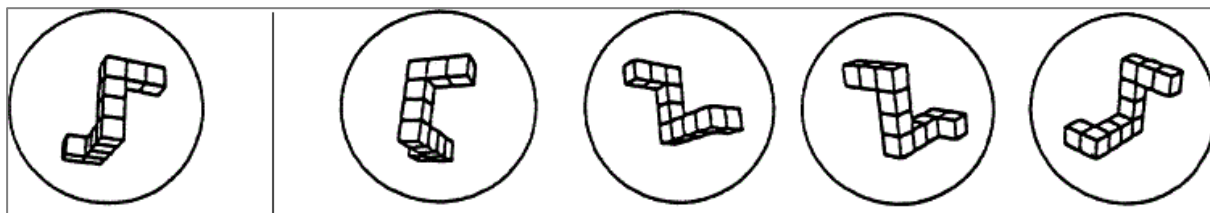


Zdroj: (Katsioloudis, 2014)

3.4 The Mental Rotation Test

Test pozostáva z 20 úloh a navrhnutý je na 10 minút. Úlohy testu sú navrhnuté na ohodnotenie schopnosti mentálnej rotácie.

Obrázok 4. Úloha z testu The Mental Rotation Test



Zdroj: (Mental Rotation Quiz Questions, 2017)

4 Rozvoj priestorovej predstavivosti kurzom Deskriptívna geometria a jeho meranie

Úlohou každého pedagóga je neustále sa zlepšovať. Nie len seba ako osobnosť, ale aj kurz, ktorý vedie. To, či sa študenti naučia učivo, ktoré je obsahom kurzu, sa zistí na skúške. Neraz sa však stáva, že kurz rozvíja len vedomosti (častokrát len formálne) nie však vlastnosti, ktoré formujú osobnosť študenta. Svoj záujem sme zamerali na zistenie, či kurz Deskriptívnej geometrie rozvíja priestorovú predstavivosť, hoci jeho obsahom nie je riešenie úloh testového typu.

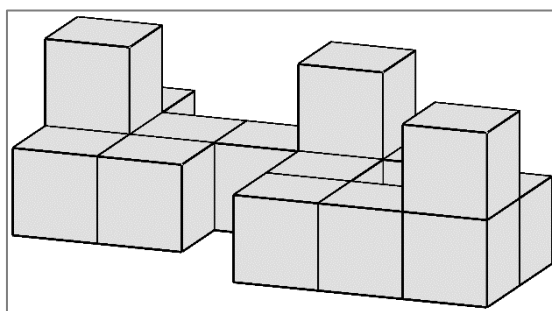
Za týmto účelom by sme chceli vytvoriť (alebo len modifikovať existujúce štandardizované testy) test priestorovej predstavivosti. Tento by sme následne zadali študentom na začiatku kurzu a po jeho ukončení. Ďalej štatistickými metódami overíme, či je štatisticky významná zmena v priestorovej predstavivosti študentov.

Uvádzame štyri úlohy z prvej verzie neštandardizovaného testu priestorových schopností, ktorý sme zadali na začiatku kurzu študentom SvF TUKE v septembri 2016 (predtest).

4.1 Prvá úloha

Na obrázku je teleso zložené zo zhodných kociek, pričom kocky sú zlepené celými stenami. Určte počet kociek, z ktorých sa teleso skladá.

Obrázok 5. Zadanie prvej úlohy



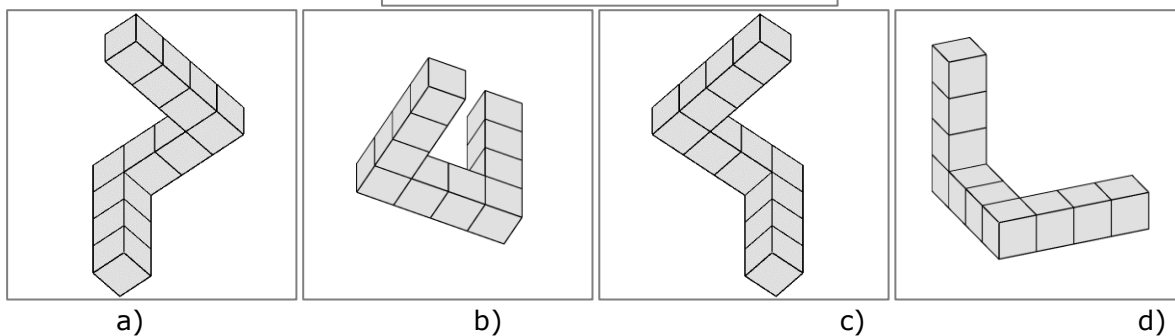
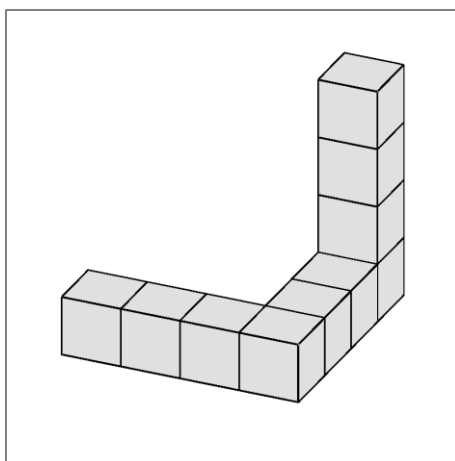
Zdroj: autorky

Prvá úloha má za cieľ selektovať študentov, ktorí majú vážne problémy s priestorovou predstavivosťou. Je zameraná na priestorové vnímanie a priestorovú predstavu.

4.2 Druhá úloha

Na obrázku je zadané teleso. Určte teleso, ktoré je zhodné so zadaným telesom.

Obrázok 6. Zadanie druhej úlohy



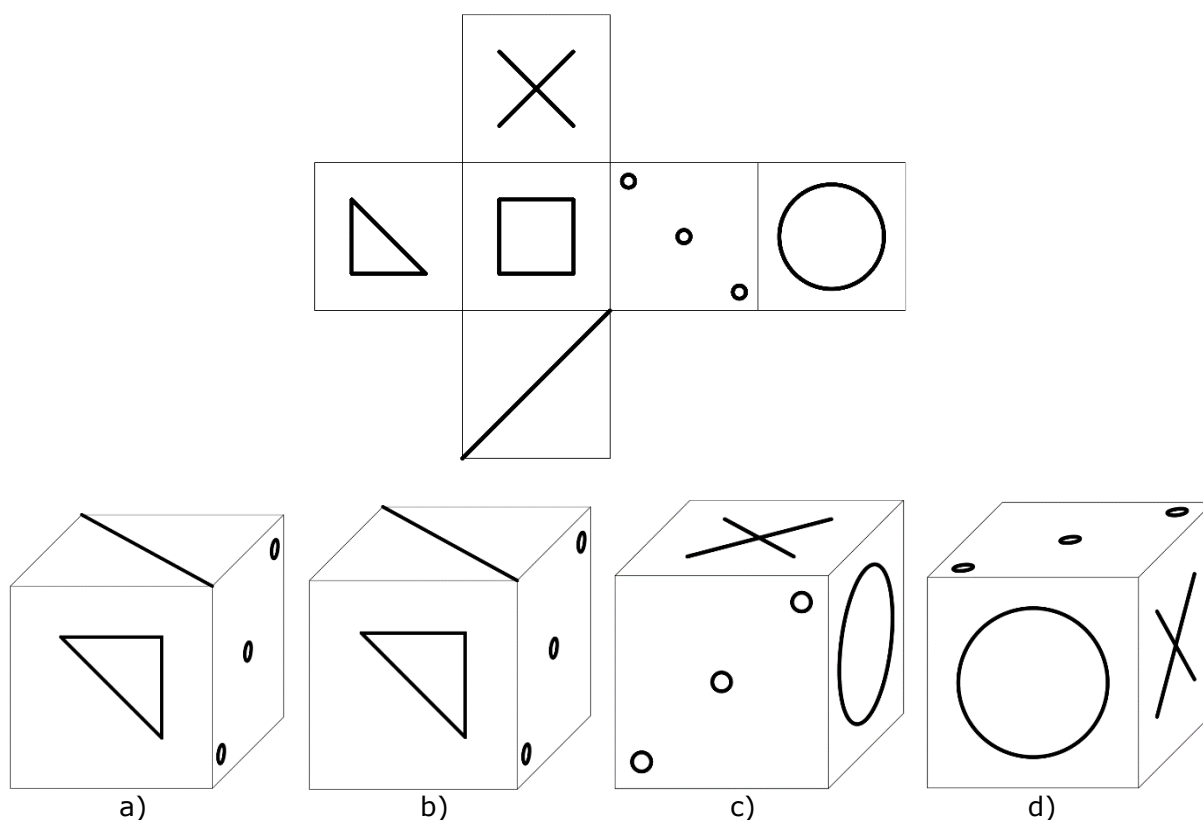
Zdroj: autorky

Druhá úloha je zameraná na schopnosť mentálnej rotácie.

4.2 Tretia úloha

Na obrázku je zadaná sieť kocky. Ktoré kocky nemôžu byť zložené zo zadanej siete?

Obrázok 7. Zadanie tretej úlohy



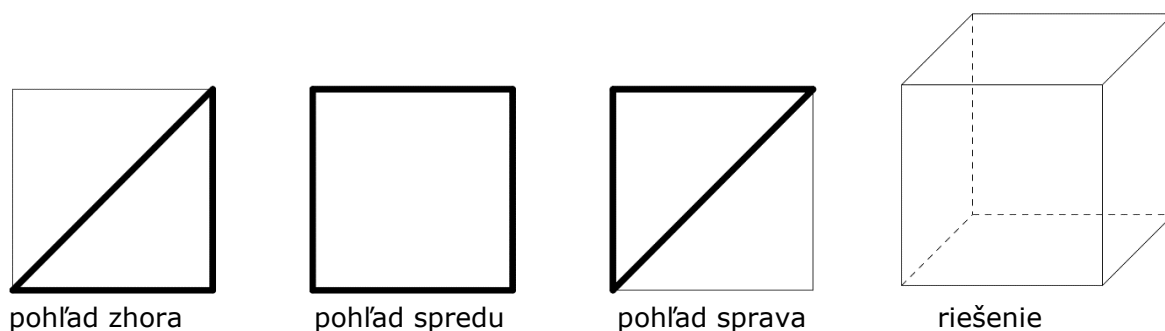
Zdroj: autorky

Tretia úloha je zameraná na schopnosti: priestorové vnímanie, priestorová predstava, mentálna rotácia a priestorové vzťahy.

4.4 Štvrtá úloha

Na stenách kocky z priehľadného skla je nakreslená súvislá uzavretá čiara, ktorá sa skladá z úsečiek s krajnými bodmi vo vrcholoch kocky. Vrcholom môže čiara prechádzať maximálne raz. Sú zadane tri pohľady na kocku. Určte polohu čiary na kocke.

Obrázok 8. Zadanie štvrtej úlohy



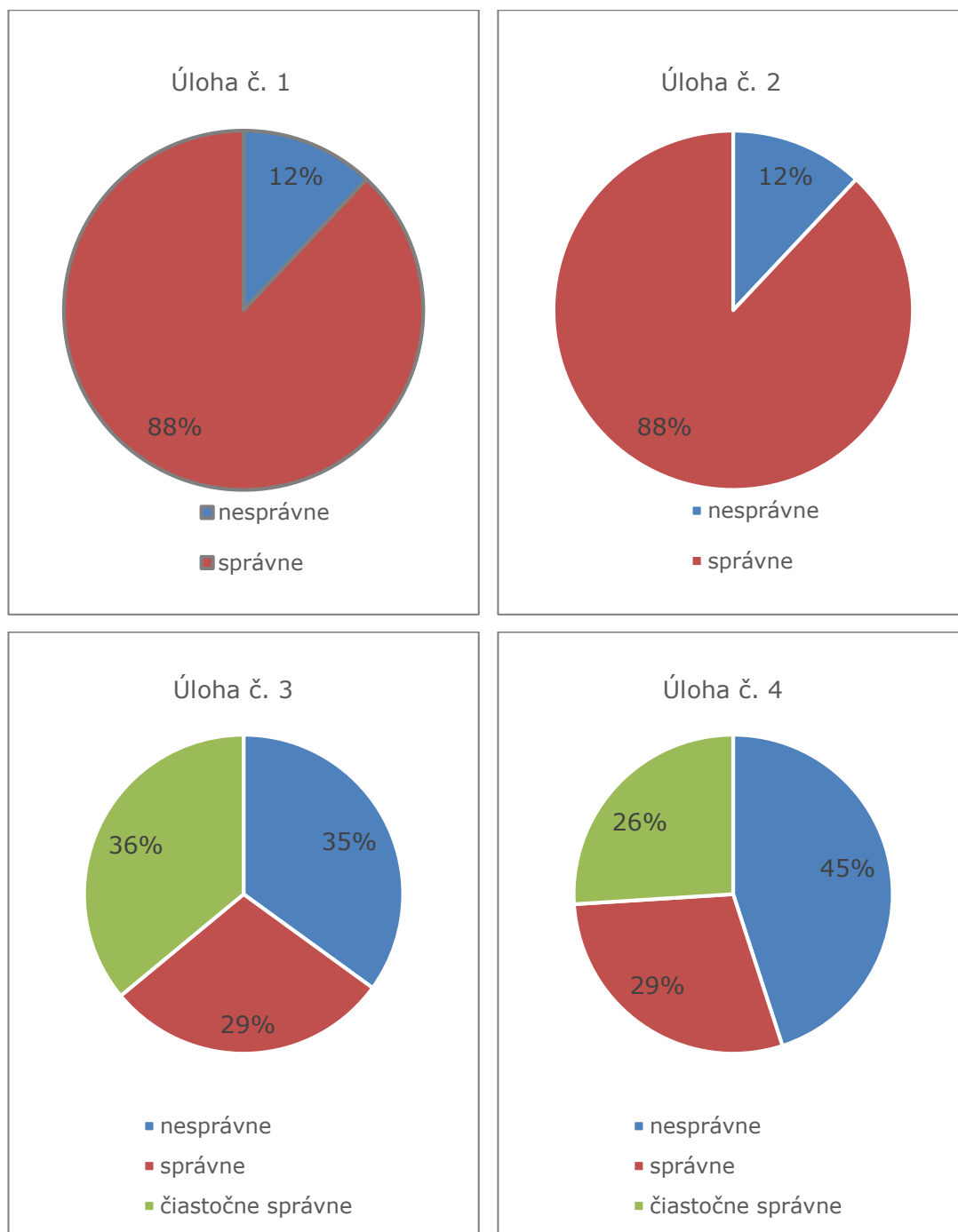
Zdroj: autorky

Štvrtá úloha je zameraná na schopnosti: priestorová predstava, mentálna rotácia, priestorové vzťahy a priestorová orientácia.

5 Záver a perspektívy do budúcnosti

Úspešnosť jednotlivých úloh uvádzaného predtestu je znázornená na obrázku č. 9. Pri celkovom pohľade na predtest, jeho úspešnosť bola 55%.

Obrázok 9. Úspešnosť úloh v predteste



Zdroj: autorky

Po absolvovaní kurzu sme zadali študentom posttest (test s typovo rovnakými úlohami ako v predteste). Úspešnosť posttestu bola 60%. Už z tohto by sme mohli usudzovať, že kurz Deskriptívnej geometrie zvyšuje priestorovú predstavivosť. Keďže však nástroj na jej meranie ešte musí prejsť vývojom, uvádzaný prieskum je len pilotná štúdia.

V našej ďalšej práci sa budeme venovať zefektívneniu výuky deskriptívnej geometrie na SvF TUKE. Ako hodnotiace kritérium použijeme úroveň priestorovej predstavivosti študentov, hlavne jej posun po ukončení kurzu.

Pod'akovanie

Príspevok vznikol s podporou Vedeckej grantovej agentúry Ministerstva školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky (projekt VEGA 1/0078/16).

Literatúra

Curry, A., 2016. *Men Are Better At Maps Until Women Take This Course: A bit of education can erase a definitive cognitive gap between men and women*. Dostupné na: <http://nautil.us/issue/32/space/men-are-better-at-maps-until-women-take-this-course> [citované 4. júla 2017]

Kahle, J.B., 1983. *The Disadvantaged Majority: Science Education for Women*. AETS Outstanding Paper for 1983.

Katsioloudis, P., Jovanovic, V., Jones, M., 2014. A Comparative Analysis of Spatial Visualization Ability and Drafting Models for Industrial and Technology Education Students. *Journal of Technology Education*, vol. 26, no. 1 (Fall), s. 88-101. ISSN 1045-1064. Dostupné na: <https://scholar.lib.vt.edu/ejournals/JTE/v26n1/katsioloudis.html> [citované 4. júla 2017]

Linn, M.C., Petersen, A.C., 1985. Emergence and characterization of sex differences in spatial ability: a meta-analysis. *Child development*, vol. 56, no. 6, s. 1479-1498. ISSN 1467-8624

Maier, P.H., 1998. *Spatial geometry and spatial ability – How to make solid geometry solid?* Dostupné na: <http://www.fmd.uni-osnabrueck.de/ebooks/gdm/PapersPdf1996/Maier.pdf> [citované 4. júla 2017]

McGee, M.G., 1979. Human spatial abilities: Psychometric studies and environmental, genetic, hormonal, and neurological influences. *Psychological bulletin*, vol. 86, no. 5, s. 889-918. ISSN 0033-2909

McKim, R.H., 1980. *Experiences in visual thinking*. 2nd Ed. Boston, MA: PWS Publishers. ISBN 978-0-8185-0411-2

Mental Rotation Quiz Questions, 2017. Dostupné na: <https://www.proprofs.com/quiz-school/story.php?title=mental-rotation-task> [citované 4. júla 2017]

Mišútová, M., Červeňanská, Z., 2005. *Overenie testu priestorových schopností*. Dostupné na: https://www.mtf.stuba.sk/docs/internetovy_casopis/2005/2/misutova.pdf [citované 4. júla 2017]

Molnár, J., 2010. *Testing of Geometrical Imaginations*. Dostupné na: <http://www.kag.upol.cz/data/upload/18/Poster%203.docx> [citované 4. júla 2017]

Nagy-Kondor, R., 2007. Spatial ability of engineering students. *Annales Mathematicae et Informaticae*, vol. 34, s. 113-122. ISSN 1787-5021

Rumanová, L., Hnyk, D., 2012. *Niekoľko úloh o štvorstene na rozvoj priestorovej predstavivosti*. Dostupné na: http://www.geometriatelies.km.fpv.ukf.sk/zbornik/6_Rumanova.pdf [citované 4. júla 2017]

Salthouse, T.A., et al., 1990. Age and experience effects in spatial visualization. *Developmental Psychology*, vol. 26, no. 1, s. 128-136. ISSN 0012-1649

Sorby, S.A., 1999. Developing 3-D spatial visualization skills. *Engineering Design Graphics Journal*, vol. 63, no. 2 (Spring), s. 21-32. ISSN 0046-2012

Tartre, L.A., 1990. Spatial skills, gender, and mathematics. In: *Mathematics and gender*, s. 27-59. ISBN 0-8077-3001-7.

Deskriptívna geometria na Technickej univerzite vo Zvolene

Denisa Lizoňová

Katedra matematiky a deskriptívne geometrie, Technická univerzita vo Zvolene, Masarykova 24,
96053 Zvolen
E-mail: lizonova@tuzvo.sk

Abstrakt: *Príspevok sa zaoberá základnou charakteristikou výučby deskriptívnej geometrie na Technickej univerzite vo Zvolene v súčasnosti a zmenami, ktoré nastali od roku 2000. V úvode je v krátkosti predstavená Technická univerzita vo Zvolene ako aj história Katedry matematiky a deskriptívnej geometrie a jej postavenie a pôsobenie v rámci univerzity.*

Kľúčové slová: deskriptívna geometria, dizajn, geometrická kompozícia

1 Technická univerzita vo Zvolene

Technická univerzita vo Zvolene je v zmysle zákona č. 131/2002 Z. z. o vysokých školách a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov verejnou vysokou školou a na základe výsledku procesu komplexnej akreditácie v roku 2009 bola zaradená medzi univerzitné vysoké školy.

Na základe výsledkov komplexnej akreditácie, ktorá bola ukončená v roku 2009, univerzita a jej štyri fakulty - Lesnícka fakulta, Drevárska fakulta, Fakulta ekológie a environmentalistiky, Fakulta environmentálnej a výrobnnej techniky, ponúkajú v súčasnosti 107 študijných programov v dennej a externej forme štúdia, v študijných odboroch lesníctvo, drevárstvo, ekológia a environmentalistika, výrobná technika, ale aj v príbuzných umeleckých, ekonomických, prírodovedeckých a technických odboroch.

Všetky študijné programy prebiehajú v systéme ECTS, ktorý bol postupne zavádzaný na fakultách TU vo Zvolene od akademického roka 2002/2003.

Od akademického roka 2005/2006 sa na Technickej univerzite vo Zvolene uplatňuje trojstupňový model vysokoškolského štúdia, t.j. štúdium v bakalárskom, inžinierskom a doktorandskom stupni.

2 Katedra matematiky a deskriptívnej geometrie

Katedra matematiky a deskriptívnej geometrie organizačne spadá pod Drevársku fakultu Technickej univerzity vo Zvolene. Svoju pedagogickú a vedecko-výskumnú činnosť však vyvíja v rámci celej univerzity.

Katedra pôvodne vznikla v roku 1952 pod názvom Katedra matematiky, fyziky a geodézie delimitáciou Vysokej školy poľnohospodárskeho a lesného inžinierstva v Košiciach a tvorila významné pracovisko novovzniknutej Vysokej školy lesníckej a drevárskej vo Zvolene. Z jej rámca sa v r. 1956 vyčlenila Katedra matematiky a fyziky. V rokoch 1952 až 1960 sa po stránke materiálnej aj pedagogickej dobudovali oddelenia matematiky a deskriptívnej geometrie, čo umožnilo v r. 1960 zriadiť samostatnú Katedru matematiky a deskriptívnej geometrie.

Katedra v súčasnosti zabezpečuje výučbu matematických a geometrických predmetov takmer pre všetky študijné programy univerzity. Vyučovanie je zamerané na diferenciálny a integrálny počet funkcie jednej a viac premenných, lineárnu algebru, diferenciálne rovnice, pravdepodobnosť a matematickú štatistiku, **deskriptívnu geometriu, geometrickú kompozíciu a technické zobrazovanie.**

3 Zmeny vo výučbe deskriptívnej geometrie na TU od roku 2000

Prehľad historického vývoja deskriptívnej geometrie ukazuje, že vznikla z praktických potrieb ako nástroj vyjadrovania istých skutočností a zároveň aj dorozumievania sa. Obrázky, náčrty, rysy či iné grafické vyjadrenia boli vždy nositeľom informácií o objektoch existujúcich či novovytváraných. Technik, inžinier, dizajnér ale aj bežný človek prichádza s grafickými informáciami do styku v podstate neustále. K ich pochopeniu, ale zároveň aj k vyjadreniu mnohých vlastných nápadov, môže dopomôcť deskriptívna geometria a jej aplikácie.

Deskriptívna geometria tvorila v minulosti neodmysliteľnú súčasť technického vzdelania. V posledných dvoch desaťročiach možno postrehnúť, že deskriptívna geometria sa dostáva do úzadia a jej postavenie sa oslabuje.

V roku 2000 sa predmet Deskriptívna geometria vyučoval na Technickej univerzite vo Zvolene na troch fakultách: Lesníckej, Drevárskej a Fakulte environmentálnej a výrobnej techniky. V tom čase bol predmet na všetkých fakultách zaradený ako povinný a vyučoval sa v 1. resp. 2. semestri štúdia. Hlavnú náplň predmetu tvorili zobrazovacie metódy: Mongeova projekcia, kolmá axonometria, kosohlé premietanie, kótované premietanie, vhodne vybrané a kombinované pre jednotlivé študijné odbory. Základy premietania boli dopĺňané vybranými aplikáciami: napr. rezy, prieniky, apod. Predmet bol zakončený zápočtom a skúškou.

V priebehu niekoľkých nasledujúcich rokov sa na Lesníckej fakulte a Fakulte environmentálnej a výrobnej techniky stala Deskriptívna geometria súčasťou predmetov Technické kreslenie (Technické zobrazovanie, Technické Inžinierstvo) s rozsahom výučby pol semestra (6 týždňov) a následne zanikla úplne.

Od akademického roka 2005/2006 sa na Technickej univerzite vo Zvolene vyučuje Deskriptívna geometria len na Drevárskej fakulte, pre študijné odbory Dizajn nábytku a interiéru a Drevené stavby. V ostatných študijných odboroch sa s vyučovaním geometrie môžu študenti stretnúť v okresanej forme v predmetoch ako napr. Technické zobrazovanie či Inžinierska geometria v protipožiarnej ochrane.

4 Deskriptívna geometria pre študijný odbor Drevené stavby

Študijný program Drevené stavby realizuje svoju výučbu v dennej aj externej forme v súčasnej podobe od školského roku 2015/16. Jeho garantom je Katedra drevených stavieb.

Predchodcom tohto študijného programu bol program Konštrukcia drevených stavieb a nábytku, ktorý bol akreditovaný v roku 2005.

Predmet Deskriptívna geometria je pre tento odbor predmetom jadra od školského roku 2005/06. Ako povinný predmet je zaradený v prvom semestri štúdia, s rozsahom výučby 2/2 (prednášky/cvičenia).

V obsahovej náplni predmetu **Deskriptívna geometria** sa sústreďuje pozornosť zobrazovacie metódy a aplikácie konštrukčnej geometrie. Stručnú náplň predmetu je možné zhrnúť do nasledujúcich bodov:

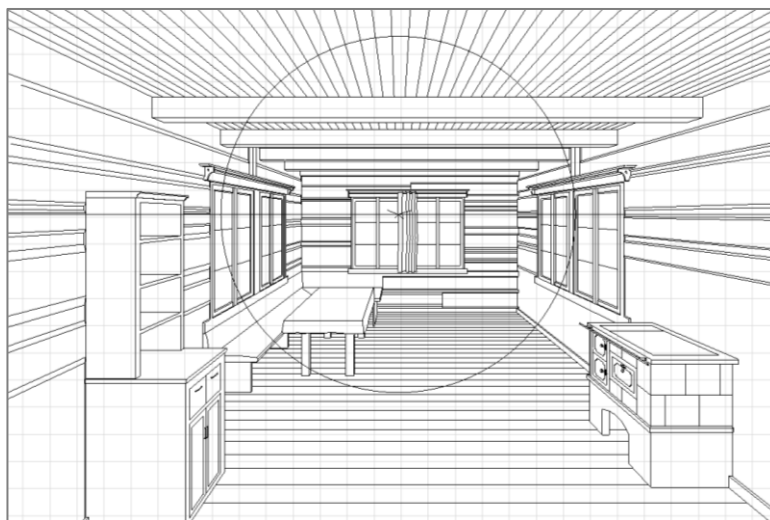
- rozšírený euklidovský priestor, perspektívna afinita;
- Mongeova projekcia- princíp premietania, priemet bodu, priamky, roviny, základné úlohy polohy a metrické úlohy, združené priemety telies;
- pravouhlá axonometria- zobrazenie bodu, priamky a roviny, základné polohové úlohy, zobrazenie telies;
- perspektívna kolíneácia, perspektívna kolíneácia medzi kružnicou a kužeľosečkami;
- rovinné rezy jednoduchých telies v rôznych projekciách;
- rovinné rezy na kuželi;
- prieniky telies metódou pomocných vrcholových rovín;
- krivky, skrutkovica, sprievodný trojhran.

Od školského roku 2015/16 má študijný program Drevené stavby medzi svoje povinne voliteľné predmety zaradený aj predmet **Deskriptívna geometria 2**. Je zaradený v treťom semestri štúdia, s rozsahom výučby 2/2 (prednášky/cvičenia).

V obsahovej náplni predmetu **Deskriptívna geometria 2** sa sústreďuje pozornosť na aplikácie deskriptívnej geometrie a plochy stavebnej praxe. Stručnú náplň predmetu je možné zhrnúť do nasledujúcich bodov:

- lineárna perspektíva - princípy premietania, viazané metódy, štvorcové siete, objekt v perspektíve, zrkadlenie;
- osvetľovanie- základné princípy v rôznych projekciách, osvetlenie jednoduchých objektov, technické osvetlenie;
- plochy technickej praxe- rotačné, priamkové, klinové, skrutkové...

Obrázok 1. študentská práca - lineárna perspektíva



Zdroj: archív autora

Obrázok 2. študentská práca - plochy



Zdroj: archív autora

5 Deskriptívna geometria a Geometrická kompozícia pre študijný odbor Dizajn

Študijný program Dizajn nábytku a interiéru realizuje svoju výučbu v dennej forme v súčasnej podobe od školského roku 2015/16. Jeho garantom je Katedra dizajnu nábytku a interiéru.

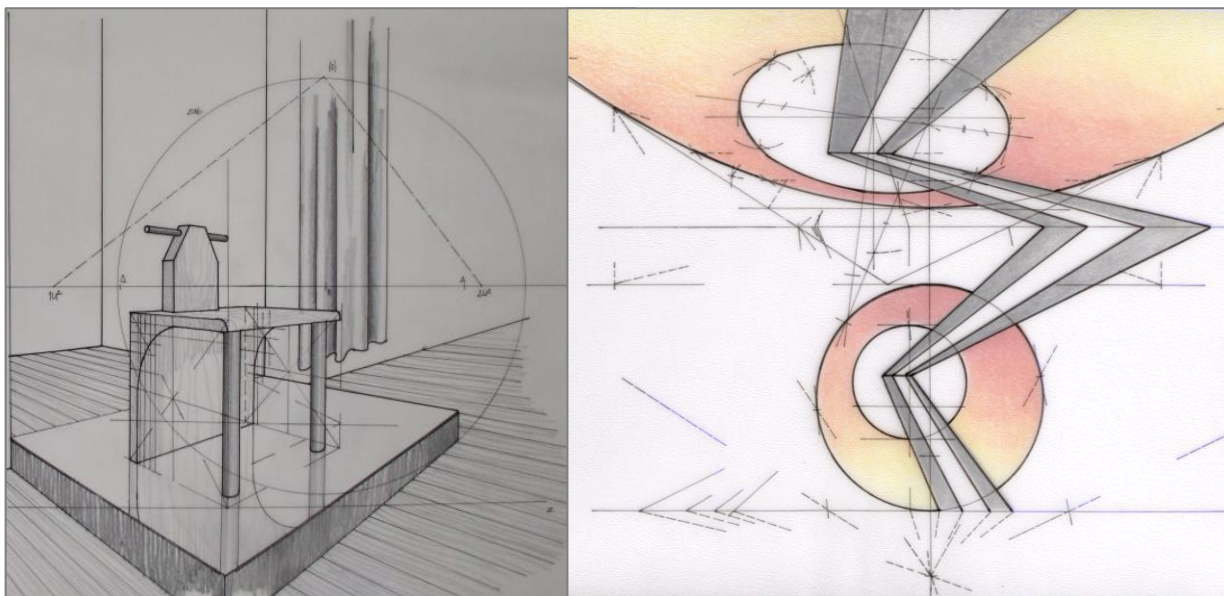
Predchodcom tohto študijného programu bol program Priemyselný dizajn nábytku, ktorý sa začal vyučovať na Technickej univerzite ešte v roku 1988. V tomto období mala v predmetovej skladbe deskriptívna geometria veľmi silné postavenie. Vyučovala sa v troch semestroch, s rozsahom výučby 2/2. Na predmet plynulo nadväzovala Výtvarná geometria ako spojovací článok vedy a umenia. Po akreditácii v roku 2005 bol predmet deskriptívna geometria oklieštený – ostali len dva semestre, a nie veľmi vhodne boli presunuté až do 4. a 5. semestra štúdia, pričom 5. semester bol povinne voliteľný.

V súčasnosti je predmet Deskriptívna geometria len jednosemestrálnym povinným predmetom. Je zaradený v 2. semestri štúdia, s rozsahom výučby 2/2 (prednášky/cvičenia).

V obsahovej náplni predmetu **Deskriptívna geometria** sa sústreďuje pozornosť na zobrazovacie metódy a aplikácie geometrie. Stručnú náplň predmetu je možné zhrnúť do nasledujúcich bodov:

- rozšírený euklidovský priestor, perspektívna afinita, perspektívna kolineácia;
- Mongeova projekcia- princíp premietania, priemet bodu, priamky, roviny, základné úlohy polohy a metrické úlohy, združené priemety telies;
- pravouhlá axonometria- zobrazenie bodu, priamky a roviny, základné polohové úlohy, zobrazenie telies;
- rovinné rezy jednoduchých telies;
- prieniky telies metódou pomocných vrcholových rovín;
- krivky, skrutkovica;
- lineárna perspektíva - princípy premietania, viazané metódy, štvorcové siete, objekt v perspektíve, zrkadlenie.

Obrázok 3. študentské práce z odboru dizajn



Zdroj: archív autora

Obrázok 4. Študentská práca - plochy



Zdroj: archív autora

Od školského roku 2015/16 má študijný program Dizajn nábytku a interiéru medzi svoje povinne voliteľné predmety zaradený predmet Geometrická kompozícia, ktorý je istým návratom Výtvarnej geometrie spred roku 2005. Predmet je zaradený v 3. semestri štúdia, s rozsahom výučby 2/2 (prednášky/cvičenia).

Základnou myšlienkou predmetu Geometrická kompozícia je práca s výtvarnou analýzou a prepájanie geometrie ako vedy a výtvarná ako umenia.

Proces výtvarnej analýzy obvyčajne pracuje s už vytvorenou formou- tvarom. Prostredníctvom geometrických konštrukcií a kompozičných zákonitostí dáva do vzťahov jednotlivé časti celku, porovnáva ich proporcie a pod., a vďaka tomu v istých prípadoch odhaľuje nedostatky formy, ktoré je možné následne upraviť. V rámci detailov napr. pomáha pri tvarových korekciách kriviek a ich zosúladení s celkom.

Prvotné vytváranie „dobrých“ tvarov je tiež jednou z možností práce s geometrickou formou. V tomto prípade v istom zmysle dizajnér pracuje vlastne v opačnom poradí ako tradične. Teda funkcia nasleduje formu. Jednou z možných ciest je vyhľadať budúci účel a funkciu pre experimentálne vytvorené formy a tvary, ktoré môžu byť kompromisne dotvorené alebo sa stanú samotnými svojbytnými tvarmi (Crhák, 2012).

V obsahovej náplni predmetu **Geometrická kompozícia** sa sústreďuje pozornosť na vybrané state aplikácií DG, plochy, krivky a ich výtvarné interpretácie. Stručnú náplň predmetu je možné zhrnúť do nasledujúcich bodov:

- osvetľovanie - základné princípy v rôznych projekciách, osvetlenie jednoduchých objektov, technické osvetlenie;
- plochy v dizajne;
- krivky v dizajne;
- výtvarná geometria, výrazové prostriedky, kompozícia;
- skladby prvkov a ich výrazové pôsobenie, trakcie a deformácie.

Študenti v rámci predmetov Deskriptívna geometria aj Geometrická kompozícia získajú pre ďalšie štúdium veľmi podstatné teoretické znalosti z daných oblastí. Tie by mali podporiť ich tvorivosť a vnútorný cit pre navrhovanie. K precvičeniu a praktickému využitiu získaných vedomostí slúžia zadania, ktoré sú súčasťou semestrálnej práce študentov. Sú realizované prostredníctvom skíc, návrhov, výkresov či priestorových objektov, ktoré v niektorých prípadoch zostávajú v zjednodušenej čistej geometrickej forme, v iných

príkladoch sú už smerované bližšie k aplikačnému objektu – nábytku, interiérovému či exteriérovému predmetu, stavebnej konštrukcii. V rámci samotnej realizácie študentského výstupu, je vypracovanie zadania zverené samostatne do rúk študenta, a teda prácu rieši ako domáce zadanie s možnosťou korekcií prostredníctvom konzultácií.

K spestreniu tvorivého procesu boli v posledných rokoch v rámci predmetu Deskriptívna geometria 2 a Geometrická kompozícia pre študentov odboru Dizajn realizované aj dvojdnové aplikačné workshopy, kde je kontakt študenta a pedagóga lepší, a tým sa zvyšuje kvalita a zlepšuje sa samotná prepracovanosť a komplexnosť vytváraného geometricko-umeleckého objektu.

Skúsenosti z posledných období ukázali, že práve aplikačné workshopy sú veľkým prínosom pre študentov, ale aj pre pedagógov. Študenti sú v rámci kratšieho času nútení reagovať pohotovejšie a flexibilnejšie, čo ich zväčša motivuje ku kvalitnejším výsledkom. Pre pedagóga je výhodou možnosť včas zasiahnuť, pokiaľ sa návrh neuberá správnym smerom, ale zároveň je to aj možnosť lepšie pochopiť vnímanie a myslenie študenta. Práve táto skutočnosť dokáže prispieť k následnému zlepšeniu výučbového procesu v konkrétnej situácii či v budúcnosti.

Obrázok 5. študentská práca, ktorá vznikla v rámci aplikačného workshopu



Zdroj: archív autora

6 Záver

Využitie geometrie v kreatívnom dizajnerskom procese umožňuje dosiahnutie väčšej miery dokonalosti diela.

Vyučovacie predmety Deskriptívna geometria ako aj Geometrická kompozícia by preto mali mať v predmetovej skladbe všetkých návrhárskych, ale aj technických študijných programoch neopomenuteľnú pozíciu. Poznatky získané v rámci týchto predmetov pomáhajú zlepšovať priestorové videnie a predstavivosť študentov, skvalitňujú grafický prejav študenta, dodávajú návrhom a grafickému vyjadreniu kompaktnosť a novými poznatkami zároveň rozširujú inšpiračnú základňu a cit pre prácu s priestorom.

Literatúra

Crhák, F., 2012. Výtvarná geometrie plus. Brno: VUTIUM. ISBN 978-80-214-3767-8

História katedry, 2017. Dostupné na:

http://www.tuzvo.sk/sk/organizacna_struktura/drevarska_fakulta/organizacne_clenenie/katedry/katedra_matematiky_a_deskriptivnej_geometrie/historia/nova_web_stranka.html
[citované 22. júna 2017]

História univerzity, 2017. Dostupné na:

http://www.tuzvo.sk/sk/o_univerzite/historia/historia.html [citované 22. júna 2017]

Poslanie a profil univerzity, 2017. Dostupné na:

http://www.tuzvo.sk/sk/o_univerzite/poslanie_a_profil_univerzity/poslanie_a_profil_univerzity.html [citované 22. júna 2017]

Deskriptívna geometria otvorená pre aplikácie v stavebnej a geodetickej praxi

Margita Vajsáblová

Stavebná fakulta Slovenská technická univerzita
E-mail: margita.vajsablova@stuba.sk

Abstrakt: Geometrické predmety na Stavebnej fakulte STU v Bratislave tvoria teoretické základy pre riešenie úloh inžinierskej praxe. Obsah týchto predmetov flexibilne dopĺňame o ukážky aplikácií v praxi, a to s ohľadom na profil absolventov príslušného študijného programu. V príspevku uvedieme niekoľko ukážok objektov z praxe, na ktorých sú výrazné geometrické prvky a ktoré sú motiváciou pre študentov aj pedagógov v učení sa a vyučovaní predmetov.

Kľúčové slová: deskriptívna geometria, motivácia, staviteľstvo, geodézia, kartografia

1 Geometrické predmety na Stavebnej fakulte STU v Bratislave

Na Stavebnej fakulte STU v Bratislave sú v súčasnosti akreditované nasledujúce bakalárske študijné programy: Pozemné stavby a architektúra, Technológie a manažérstvo stavieb, Inžinierske konštrukcie a dopravné stavby, Vodné stavby a vodné hospodárstvo, Krajinárstvo a krajinné plánovanie, Geodézia a kartografia, Matematicko-počítačové modelovanie a v anglickom jazyku sa študuje program Civil Engineering. Všetky uvedené študijné programy majú povinný predmet **Deskriptívna geometria** v 1. semestri štúdia v rozsahu 2 hodiny prednášok a 2 hodiny cvičení, v študijnom programe Matematicko-počítačové modelovanie s názvom **Geometria**. V študijnom programe Geodézia a kartografia je predmet **Metódy zobrazovania**, ktorý je v 2. semestri bakalárskeho stupňa štúdia v rozsahu 2 hodiny prednášok a 1 hodina cvičení. Študenti všetkých ročníkov a všetkých študijných programov si môžu do svojho programu zahrnúť výberový predmet **Vybrané kapitoly z deskriptívnej geometrie** v rozsahu 2-hodinového cvičenia. V rámci počítačového spracovania výkresov majú študenti programov Pozemné stavby a architektúra a Civil Engineering povinný predmet **Základy počítačovej podpory projektovania** v rozsahu 1 hodina prednášok a 2 hodiny cvičení a študenti Matematicko-počítačového modelovania povinný predmet **Softvér (AutoCAD)**. Uvedené dva predmety si zaraďujú do svojho programu ako výberové aj študenti iných študijných programov. Študijný program Matematicko-počítačové modelovanie má vo svojom obsahu aj ďalšie povinné predmety s geometricko-počítačovým obsahom, a to **Počítačová grafiku** v rozsahu 2 hodiny prednášok a 2 hodiny cvičení, **Počítačovo podporovanú geometriu** v rozsahu 2 hodiny prednášok a 2 hodiny cvičení a **Vizualizačný softvér** v rozsahu 1 hodina prednášok a 1 hodina cvičení. Tieto predmety si tiež môžu do svojho programu zaradiť ako výberové aj študenti iných študijných programov.

2 Geometrické dvere trvalo otvorené aplikáciám

Cieľom geometrických predmetov na Stavebnej fakulte STU v Bratislave uvedených v 1. kapitole je dať študentom teoretické základy pre riešenie úloh ich budúcej praxe. Obsah týchto predmetov flexibilne dopĺňame o ukážky aplikácií v praxi, a to s ohľadom na profil absolventov príslušného študijného programu. Inšpirácie k zaraďovaniu aplikácií do obsahu geometrických predmetov hľadáme v odbornej literatúre, v záverečných prácach študentov (semestrálne projekty, súťaže, bakalárske a diplomové práce), a tiež v spolupráci s kolegami z odborných katedier. Aplikácie zaradené do výučby motivujú študentov, aj pedagógov. V obsahu učiva predmetov majú aplikácie vplyv nielen na výber preberaných geometrických objektov, ale aj na výber metód používaných pri zobrazovaní týchto objektov. Inšpirácie z praxe sú pre pedagóga cennou motiváciou tvorby obsahu predmetu a pre študenta sú motiváciou k štúdiu predmetu. V tejto kapitole uvedieme niekoľko ukážok objektov z praxe, na ktorých sú výrazné geometrické prvky, a to s ohľadom na zameranie ich študijného programu.

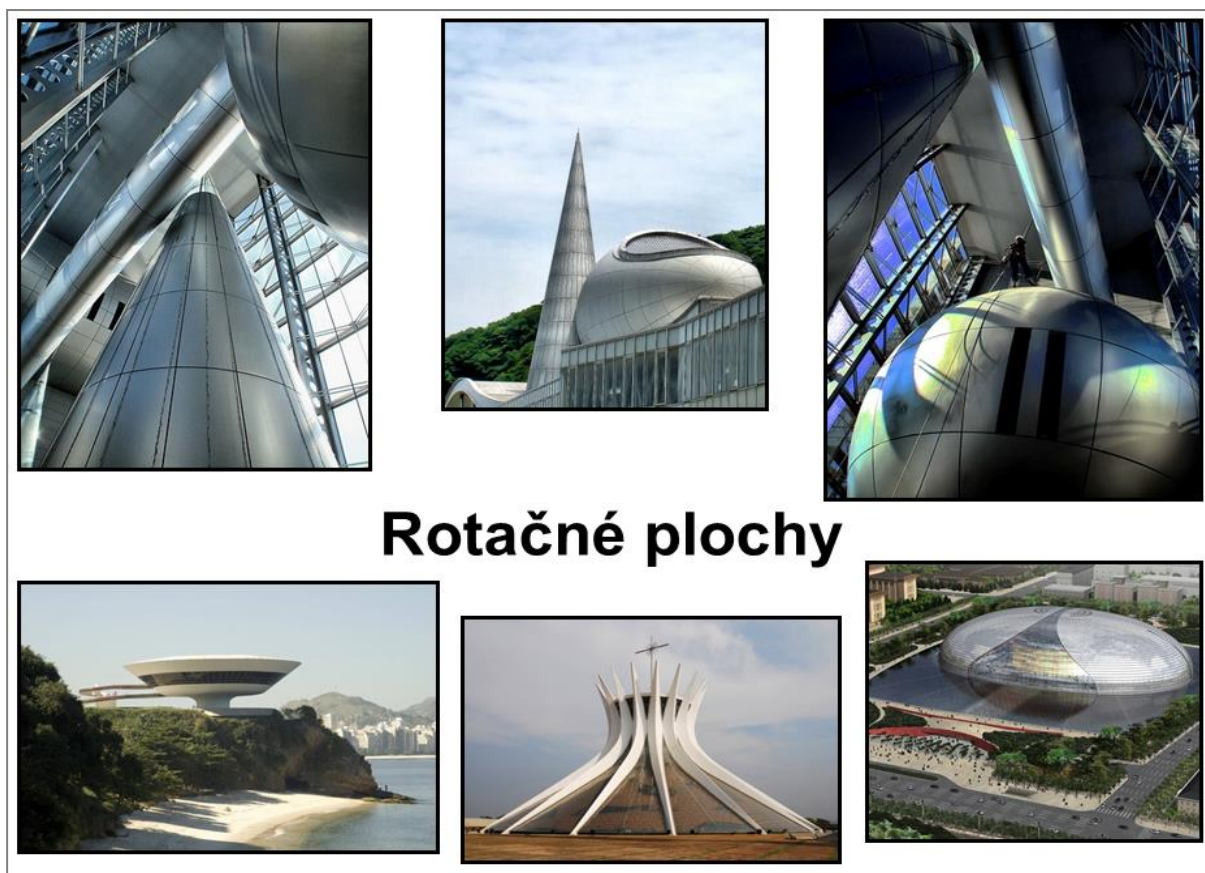
2.1 Aplikácie v deskriptívnej geometrii pre študijné programy so zameraním na pozemné staviteľstvo

V predmete Deskriptívna geometria pre študentov študijných programov zameraných na pozemné staviteľstvo (Pozemné stavby a architektúra, Technológie a manažérstvo stavieb, Civil Engineering) je dôraz na aplikáciu zobrazovacích metód na stavebných objektoch (obraz stavieb a ich prvkov, riešenie striech a pod.) a na zobrazenie plôch stavebnej praxe:

- jednoduché priamkové plochy a ich rezy;
- rotačné plochy;
- skrutkovica a skrutkové plochy;
- priamkové nerozvinuteľné plochy.

Na Obrázku 1 sú ukážky aplikácií rotačných plôch na stavbách, ktoré uviedli autorky v skriptách (Mészárosová, et al., 2014) na úvodnej strane kapitoly. Na Obrázku 2 sú ukážky troch skrutkových plôch na stavbách. Vľavo je The Cobra Towers, ktorá podľa (Peters, 2014) mala stáť v Kuvajte, avšak tento koncept z roku 2008 zostal bez realizácie. Agora Garden Tower stojaci v Taipei je kompromis medzi modernou architektúrou a dôležitosťou prírody (Líšková, 2016). Na prírodu sa tu dbá vo veľkom, pretože každý balkón má vlastnú záhradu, celá budova berie energiu zo slnka a filtruje dažďovú vodu. Vpravo na Obrázku 2 je budova F&F Tower stojaca v Panama City, ktorá je známa aj pod názvom Revolution Tower používaný počas realizácie stavby.

Obrázok 1. Aplikácia rotačných plôch v stavebnej praxi



Zdroj: (Mészárosová, et al., 2014)

Obrázok 2. Aplikácia skrutkových plôch v stavebnej praxi



Zdroj vľavo: (Peters, 2014)

Zdroj v strede: (Líšková, 2016)

Zdroj vpravo: Foto Vajsáblová, Panama City, 2013

2.2 Aplikácie v deskriptívnej geometrii pre študijné programy so zameraním na vodné a dopravné stavby

V obsahu predmetu Deskriptívna geometria pre študentov študijných programov Inžinierske konštrukcie a dopravné stavby a Vodné stavby a vodné hospodárstvo je daný dôraz na aplikáciu zobrazovacích metód na objektoch dopravných a vodných stavieb (pilieri, mosty, a pod.):

- jednoduché priamkové plochy a ich rezy;
- rotačné plochy;
- topografické plochy;
- plochy konštantného spádu;
- projekcia cestného telesa.

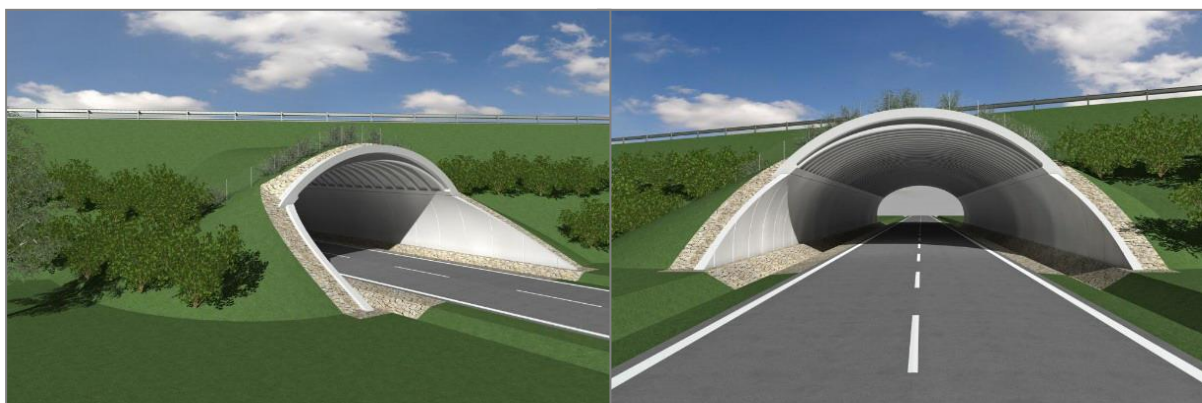
Uvedieme aspoň niekoľko príkladov inšpirácií geometrických objektov na dopravných a vodných stavbách. Ukážka aplikácie rotačnej plochy je na výpuste priehrady Monticello v USA na Obrázku 3, keď je už priehrada naplnená k hranici svojej kapacity a potrebuje byť čiastočne vypustená, voda odchádza práve touto dierou. Na Obrázku 4 je ukážka projektu cestného telesa tunela na Levicekej ceste za Nitrou, kde je ukázané použitie jednoduchých plôch na klenbe tunela, projekciu plôch násypov a odvodnenia pomocou jarku. Na Obrázku 5 sú ukážky dvoch mostov, vľavo je nekonečný most Stockton vo Veľkej Británii a vpravo je most Apollo v Bratislave.

Obrázok 3. Aplikácia rotačnej plochy na priehrade



Zdroj: <http://www.coolplaneta.sk/2013/12/7-ohromujucich-dier-na-zemi/>

Obrázok 4. Ukážka projektu cestnej stavby



Zdroj: <http://www.nitralive.sk/vystavba/infrastruktura/879-jo-nitry-selenec-levicka-cesta-august-2010>

Obrázok 5. Ukážky mostov



Zdroj vľavo: <https://cz.pinterest.com/pin/136937644901393214/>

Zdroj vpravo: <http://www.teraz.sk/ekonomika/stavba-roka-2012-bude-znama-na-prelome/24134-clanok.html>

2.3 Aplikácie v deskriptívnej geometrii pre študijný program Krajinárstvo a krajinné plánovanie

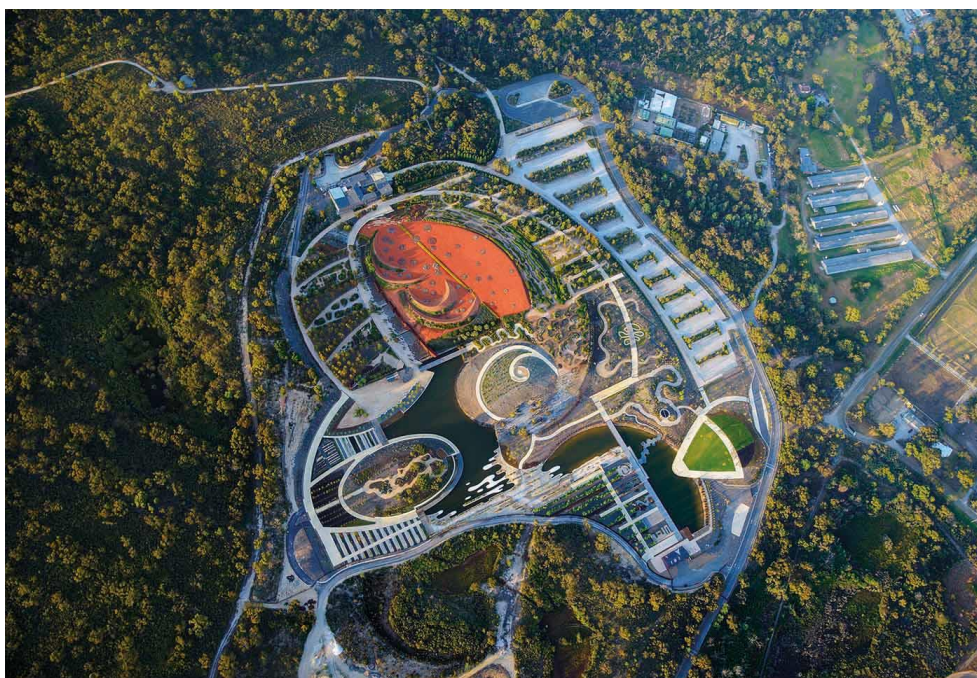
V obsahu predmetu Deskriptívna geometria pre študentov študijného programu Krajinárstvo a krajinné plánovanie sú aplikácie hlavne v oblasti topografických plôch a v projekcii záhradných, parkových a iných územných prvkov. Viaceré inšpirácie na aplikácie geometrických prvkov (kriviek a plôch) sú ukázané na Obrázku 6, kde je pohľad na Garden of Cosmic Speculation v Škótsku a na Obrázku 7, kde je pohľad na Royal Botanic Gardens v Cranbourne v Austrálii.

Obrázok 6. Pohľad na Garden of Cosmic Speculation



Zdroj: (Yurkewicz, 2010)

Obrázok 7. Aplikácia kriviek na pôdoryse Royal Botanic Gardens



Zdroj: <http://www.tcl.net.au/projects/cultural-interpretative/australian-garden>

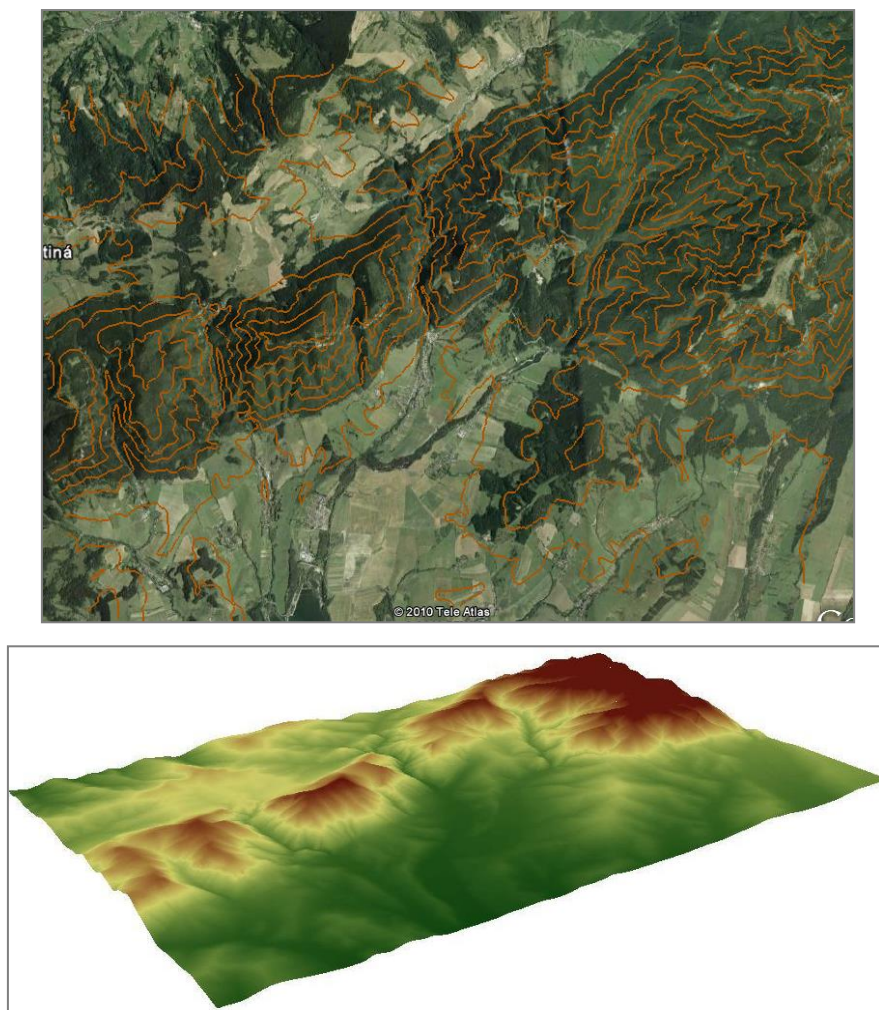
2.4 Aplikácie v deskriptívnej geometrii pre študijný program Geodézia a kartografia

V obsahu oboch geometrických predmetov pre študijný program Geodézia a kartografia, ktorými sú Deskriptívna geometria a Metódy zobrazovania, sú aplikácie geometrie v nasledujúcich témach:

- topografické plochy;
- rotačné plochy ako referenčné plochy Zeme;
- dvojstredové premietanie, stereoskopia a anaglyfy;
- lineárna perspektíva a geometrické základy fotogrametrie;
- cylindrická a kónická perspektíva;
- geometrické základy kartografie.

Motiváciou v rámci preberania témy topografické plochy sú aj ukážky zo záverečných prác študentov, ako je uvedené na Obrázku 8. Zadania z oboch predmetov majú aplikačný charakter. Študenti vypracovávajú zadania, ktoré obsahujú technickú správu o danom objekte, či metóde, a tiež konštrukčné riešenie, ktoré môžu spracovať v softvérovom prostredí (napr. AutoCAD, Microstation a i.), prípadne realizujú fotenie a spracovanie snímok v softvéroch (napr. Panorama Maker, AnaMaker a i.). Ukážky zadaní z kartografických zobrazení a cylindrickej perspektívy sú publikované vo (Vajsáblova, 2014). Na Obrázku 9 je ukážka zadania na tému Anaglyf.

Obrázok 8. Vrstevnice a tvorba digitálneho modelu reliéfu



Zdroj: (Švantner, 2010)

Obrázok 9. Ukážka zadania z Anaglyfu

Anaglyf

Anaglyf patrí medzi najjednoduchšie metódy zobrazenia stereofotografií. Dnes je vďaka nízkej cene okuliarov a softwaru na spracovanie anaglyfov, veľmi obľúbený. Jeho najväčšou výhodou je použiteľnosť na všetkých existujúcich zobrazovacích zariadeniach, resp. na všetkých typoch monitorov, projektorov, a samozrejme aj pri tlači.

Princíp anaglyfu

Ľavý a pravý obraz je v anaglyfe farebne oddelený. Anaglyf je tvorený farbami, ktoré sa vzájomne dopĺňajú (ich zmiešaním subtraktívnym zmiešaním vznikne čierna farba a aditívnym biela). Takýchto kombinácií je veľa, no nie všetky sú vhodné. Dnes sa najčastejšie používa kombinácia červená-azúrová (red-cyan), pričom červený filter je na ľavom oku a azúrový na pravom. Používali sa aj kombinácie červená - zelená, červená - modrá.

Snímky použité na vytvorenie anaglyfu





Anaglyf



Vznik

Anaglyf vznikne tak, že sa obrázok pre ľavé oko (červený filter) prevedie do azúrovobielej škály a obrázok pre pravé oko (azúrový filter) do červenobielej škály. Tieto dva obrázky sa potom zobrazia cez seba. V miestach, kde sa červená a azúrová farba stretne, vznikne čierna farba, alebo zodpovedajúci odtieň sivej. Pozorovateľ potom vidí každým okom čiernobiely obraz tvorený doplnkovou farbou k filtru okuliarov a z dvoch čiastkových obrazov si v mozgu vytvorí priestorový vnem.

Pozorovanie

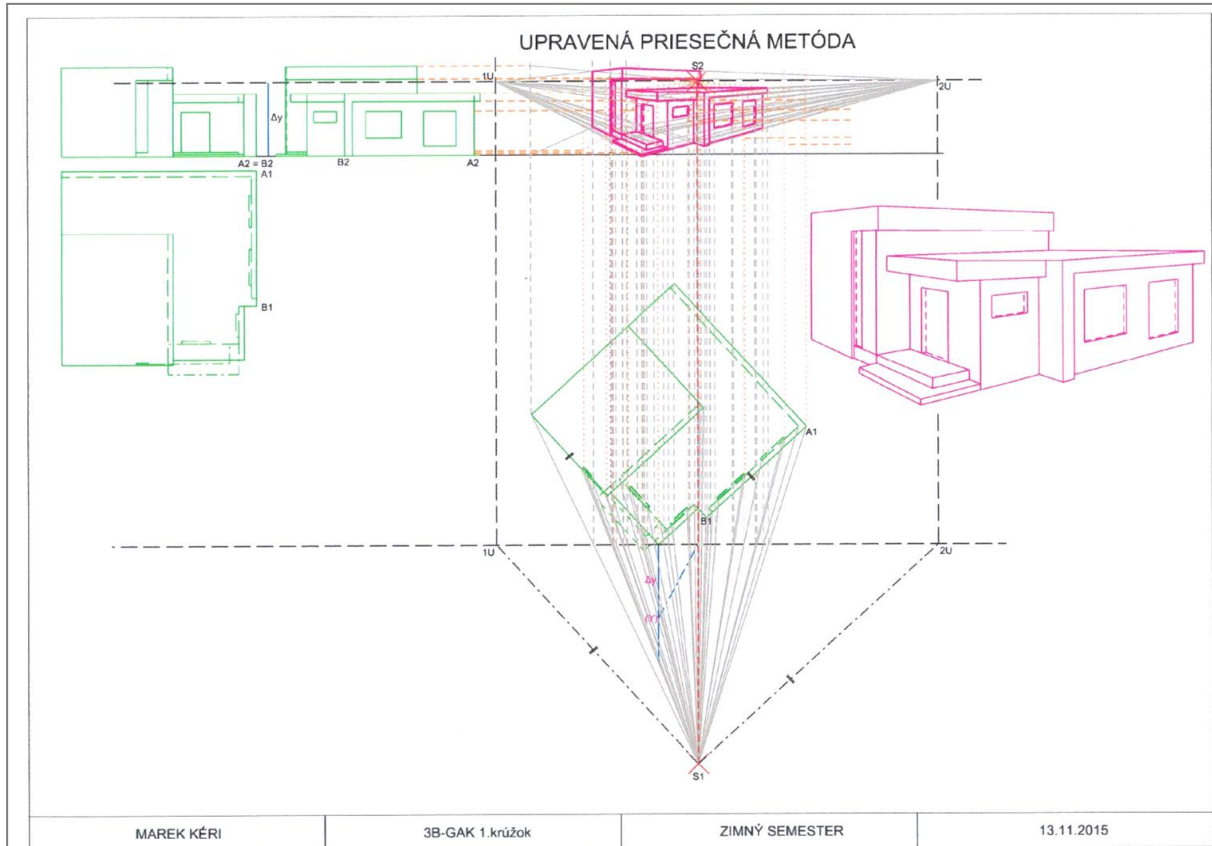
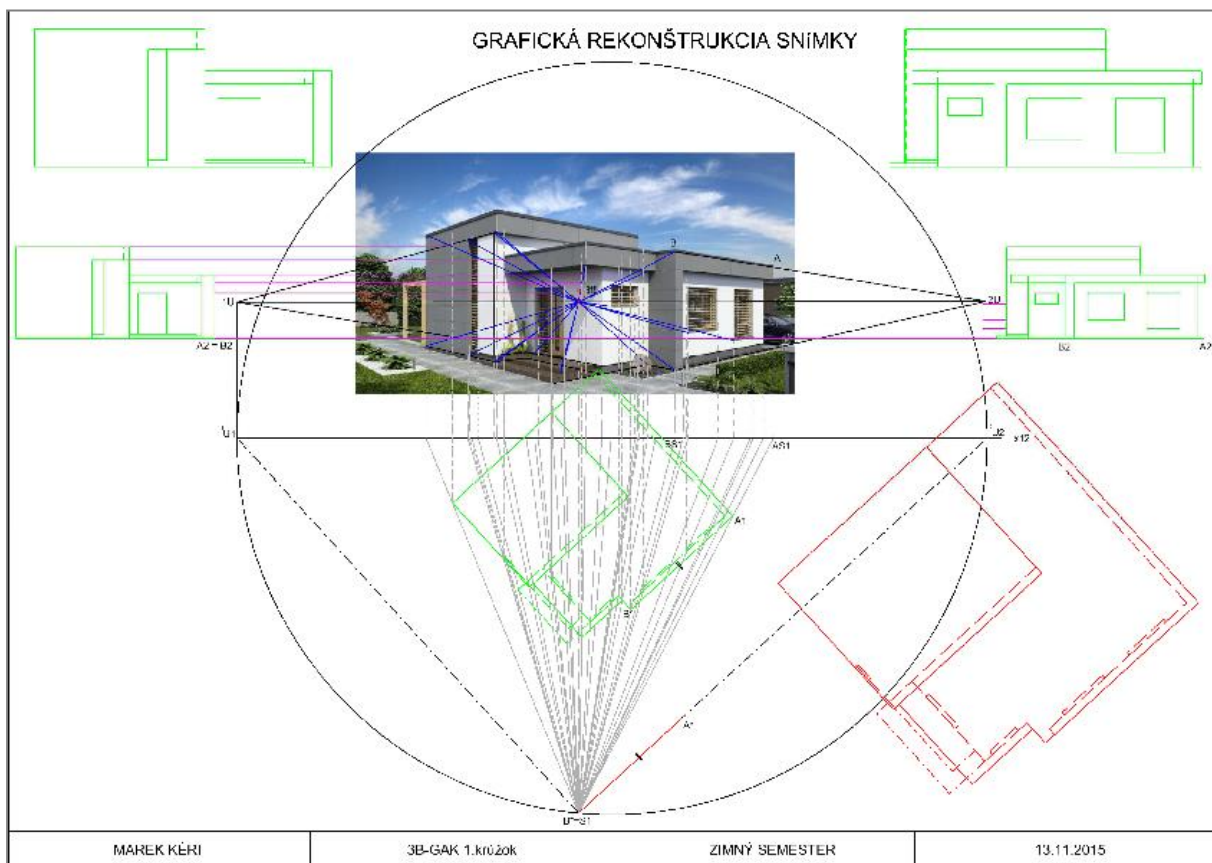
Pre prezeranie anaglyfu je potrebné použiť špeciálne okuliare s farebnými priezormi RED-CYAN. Jeho vysoké rozlíšenie je výhodou. Anaglyf sa používa po celom svete. Používa sa najmä v kinematografii alebo v inštitúciách, kde potrebné ľudom ukázať v 3D veci, objekty, budovy, panorámy, aké možno v živote nebudú mať možnosť vidieť.



Zdroj: Zadanie vypracoval študent SvF STU v Bratislave Dominik Klinga, 2017

Vzhľadom na to, že v Geodézii a kartografii je fotogrametrický zber údajov veľmi efektívny, rýchly a so súčasnou technikou stále spoľahlivejší, jednou z nosných cieľov geometrických predmetov je ukázať študentom súvislosť lineárnej perspektívy s fotogrametriou. K tomuto pochopeniu je dôležité vybrať názornú metódu konštrukcie objektu v lineárnej perspektíve, ktorá zároveň inverzným spôsobom rekonštruje objekt z reálnej snímky. V hornej časti Obrázka 10 je ukážka rekonštrukcie objektu (konštrukcia obrazu objektu v Mongeovej projekcii) zo zvislej snímky a na jeho dolnej časti je konštrukcia jeho obrazu vo zvislej lineárnej perspektíve pomocou upravenej priesečnej metódy. Ako vidíme na oboch obrázkoch, tieto metódy majú rovnaký princíp a môžeme povedať, že ide o inverzný postup.

Obrázok 10. Lineárna perspektíva a fotogrametria



Zdroj: Zadanie vypracoval študent SvF STU v Bratislave Marek Kéri, 2015

2.5 Vybrané kapitoly z deskriptívnej geometrie pre všetky študijné programy

Ako bolo spomenuté v úvode, študenti všetkých študijných programov si môžu do svojho programu zahrnúť výberový predmet Vybrané kapitoly z deskriptívnej geometrie. Túto možnosť využívajú študenti od 2. ročníka štúdia so záujmom o geometriu a jej aplikácie. Náplň predmetu pozostáva z nasledovných troch častí:

- osvetlenie a zrkadlenie;
- geometrické základy fotogrametrie;
- plochy stavebnej praxe.

Z každej z uvedených tém študenti spracujú zadanie, ktorým prezentujú daný geometrický objekt v praxi. Ako príklad je na Obrázku 11 poster, kde študentky spojili tému rotačnej plochy inšpirovanej aplikáciou na vyhliadkovej veži v Slovinsku a skrutkovice na všeobecnej rotačnej ploche

Obrázok 11. Aplikácia rotačnej plochy a skrutkovice na všeobecnej rotačnej ploche



Zdroj: Zadanie vypracovali študentky SvF STU v Bratislave Viktória Hradecsná a Veronika Moravcsíková, 2016

3 Záver

Prispôsobenie pojmov a metód vo vyučovaní geometrických predmetov praxi sa ukázalo ako efektívny spôsob motivácie študentov k získavaniu vedomostí. Pri prezentovaní učiva považujeme za dôležité používanie výpočtovej a prezentačnej techniky, čomu sa postupne prispôsobila aj publikačná činnosť študijných materiálov v digitálnej forme (Vajsáblková, 2009; 2011; Mészáros, et al., 2014). Zároveň sa s rozvojom grafických a výpočtových softvérových prostredí oživujú aj pôvodne staré geometrické techniky, napríklad cylindrická perspektíva v podobe fotografovania panorám, vyhotovovanie stereoskopických fotografií typu anaglyf s možnosťou priestorového pozorovania objektu so zachovaním jeho pôvodných farieb. Podobné témy zvyšujú záujem študenta o geometriu v jeho budúcom smerovaní, a to nielen profesionálnom.

Pod'akovanie

Príspevok bol vypracovaný s podporou grantovej výskumnej úlohy VEGA 1/0682/16.

Literatúra

Líšková, M., 2016. Tie najúžasnejšie stavby sveta, ktoré ľudstvo práve buduje. Dostupné na: <https://www.startitup.sk/tie-najuzasnejsie-stavby-sveta-ktore-ludstvo-prave-buduje/>

Mészárosová, K., Rückschlossová, T., Tereňová, Z., 2014. Deskriptívna geometria II. Prvá časť - Rotačné a skrutkové plochy. Bratislava: Slovenská technická univerzita v Bratislave. ISBN 978-80-227-4275-7. Dostupné na: <http://www.math.sk/skriptaDG2/1/>

Peters, J. 2014. Does Kuwait Cobra Tower Exist?. Dostupné na: <http://www.techandfacts.com/does-kuwait-cobra-tower-exist/>

Švantner, P., 2010. *Prvky členitosti v modelovaní krajiny*. Stavebná fakulta STU v Bratislave. (Diplomová práca)

Vajsáblova, M., 2009. Deskriptívna geometria pre GaK. Bratislava: STU. 97 s. ISBN 978-80-227-3053-2. Dostupné na: http://www.svf.stuba.sk/docs//dokumenty/skripta/deskriptivna_gak/index.html

Vajsáblova, M., 2011. Metódy zobrazovania. Bratislava: STU. 198 s. ISBN 978-80-227-3574-2. Dostupné na: http://www.svf.stuba.sk/docs//dokumenty/skripta/metody_zobrazovania/index.html

Vajsáblova, M., 2014. Výučba geometrických predmetov na Stavebnej fakulte STU v Bratislave. In: Deskriptívna geometria na slovenských univerzitách včera a dnes. Dostupné na: http://fpedas.uniza.sk/~cmelkova/Deskript%C3%ADvna_geometria_2014_uvod.htm

Yurkewicz, K., 2010. Gallery: Charles Jenks. The Garden of Cosmic Speculation. [online] Dostupné na: <http://www.symmetrymagazine.org/article/october-2010/gallery>
<https://cz.pinterest.com/pin/136937644901393214/>

<http://www.teraz.sk/ekonomika/stavba-roka-2012-bude-znama-na-prelome/24134-clanok.html>

<http://www.nitralive.sk/vystavba/infrastruktura/879-jo-nitry-selenec-levicka-cesta-august-2010>

<http://www.coolplaneta.sk/2013/12/7-ohromujucich-dier-na-zemi/>

<http://www.tcl.net.au/projects/cultural-interpretative/australian-garden>

Dynamická priestorová geometria

Daniela Velichová

Slovenská technická univerzita v Bratislave
E-mail: daniela.velichova@stuba.sk

Abstrakt: V príspevku pojednávame o možnostiach využitia dynamického matematického softvéru na vizualizáciu vzťahov, vlastností a úloh priestorovej geometrie vo výučbe, so zameraním najmä na predmety s geometrickým obsahom prednášané na fakultách technických univerzít. Uvádžeme niekoľko didaktických poznámok a ukážok dynamických konštrukcií pri výučbe základov premietacích metód a pri riešení úloh o plochách a krivkách technickej praxe.

Kľúčové slová: dynamický matematický softvér, priestorová vizualizácia, konštrukčné úlohy v priestore, geometria 3D

1 Úvod

1.1 Dynamické vizualizácie

Matematika, a jej súčasť geometria obzvlášť, sú jednými z tých predmetov, v ktorých výučba vyžaduje ilustráciu abstraktných teoretických pojmov a vzťahov vhodnou formou na príkladoch. Tieto majú za cieľ pomôcť študentom lepšie porozumieť súvislostiam a umožniť im získať hlbší náhľad do študovanej problematiky. Dynamické matematické programy sú ideálnymi edukačnými nástrojmi, ktoré umožňujú vizualizáciu matematických entít vo forme dynamických modelov. Priame interaktívne manipulácie s takýmito 3D modelmi ponúkajú používateľom možnosti uplatniť heuristické princípy nadobúdania vedomostí, pričom štúdium teoretických poznatkov je priamo spojené s ich praktickými aplikáciami v danom dynamickom modeli. Generovanie samotných modelov a práca s nimi počas štúdia vyžadujú nový pohľad na úlohu učiteľov a študentov vo vzdelávacom procese, zmenu formy vzdelávacieho prostredia a obsahu vzdelávacieho procesu. V príspevku rozoberáme niektoré z týchto nových výziev počítačmi podporovaného vzdelávania a prezentujeme niekoľko ukážok použitia dynamického matematického softvéru GeoGebra vo výučbe Konštrukčnej geometrie, ktorá je základným povinným predmetom bakalárskych študijných programov na Strojníckej fakulte STU v Bratislave.

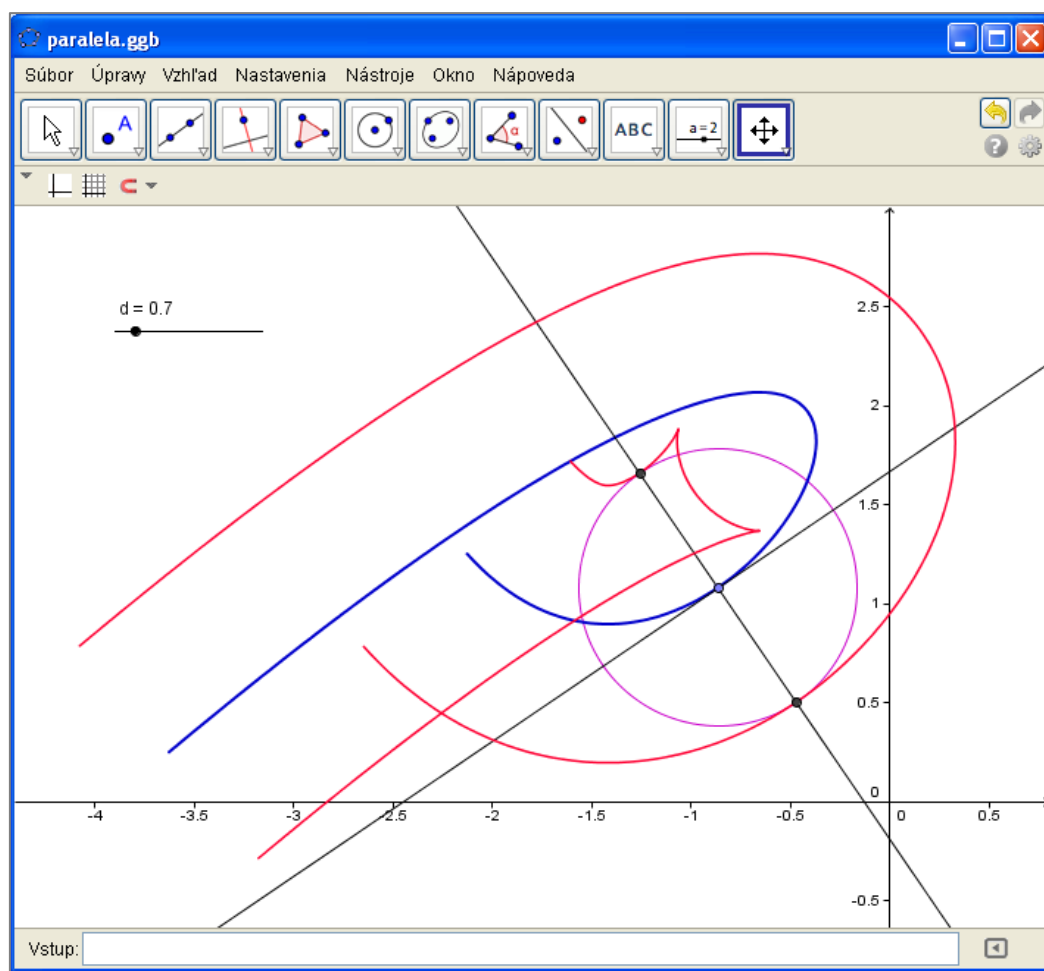
Výskum v oblasti kognitívnej psychológie, Moreno, at al. (2008), ukazuje, že ľudský mozog si dokáže ukladať a uchovávať vedomosti v dvoch formách: v grafickej forme ako obrázky, alebo vo forme slov. Bolo zdokumentované, že didaktické metódy, ktoré sú orientované na rozvoj oboch týchto foriem získavania a uchovávanía vedomostí, významne ovplyvňujú kvalitu a hĺbku porozumenia a trvanlivosť nadobudnutých vedomostí. Priame zapojenie študentov do tvorby a aktívneho používania neverbálnych reprezentácií v procese vzdelávania výrazne stimuluje a podporuje aktivitu mozgu. To vedie k rozvoju kognitívnych spojení, ktoré následne upevňujú poznatky, zlepšujú kvalitu porozumenia a prehĺbujú chápanie základných princípov a pojmov. Manipulatívne techniky a nástroje sú konkrétne alebo symbolické artefakty, ktoré študenti priamo používajú pri získavaní nových poznatkov. Tieto mocné didaktické nástroje umožňujú uplatnenie tvorivých, ručných exploratívnych metód a heuristické objavovanie abstraktných pravidiel a relácií. Výsledky výskumu ukázali, že počítačmi podporované manipulatívne techniky a nástroje sú ešte efektívnejšie ako fyzické objekty - trojrozmerné modely, pretože umožňujú dynamicky spájať niekoľko možných reprezentácií a interpretácií študovaných vzťahov a relácií. Dynamické modely zohrávajú formatívnu úlohu v procese nadobúdania vedomostí, pretože stimulujú kognitívne procesy a umožňujú rozvoj živých, interaktívnych manipulatívnych kognitívnych spojení podporujúcich učenie a aplikáciu nadobudnutých poznatkov.

Dynamické pracovné listy vytvorené v dynamickom matematickom programe GeoGebra poskytujú používateľom možnosti definovať dynamické matematické objekty, ako napr. vektory, grafy funkcií, mnohoúhelníky, oblúky kriviek, časti plôch, a pod., a interaktívne

s nimi manipulovať. Tieto matematické objekty sú reálne objekty virtuálneho prostredia na platforme softvéru GeoGebra, môžeme preto hovoriť o spojitý dynamickej interakcii medzi danými objektami a používateľom. Softvér GeoGebra možno považovať za manuálne zariadenie snímajúce pohyby posuvníkov a zaznamenávajúce následne spôsobené zmeny zobrazovaných objektov, ako uvádzajú Karadag & McDougall (2009), Velichová (2010, 2011, 2014, 2017).

GeoGebra umožňuje prácu v dvoch oknách, geometrické okno zobrazujúce euklidovskú rovinu (priestor) s karteziánskou súradnicovou sústavou a algebrické okno pre zápis matematických výrazov, pričom sú povolené oba príkazy pre vstup údajov - geometrický (priame zobrazenie bodov, priamok, úsečiek, mnohoúhelníkov, kužeľosečiek pomocou ponuky z menu) a algebrický (zobrazenie bodov zadáním súradníc, útvarov zadáním rovníc, grafov funkcií určením funkčného predpisu, alebo zobrazenie parametricky definovaných oblúkov kriviek a listov plôch). Jedným z príkazov je napr. aj určenie dotýčnice algebrickej alebo transcendentnej krivky v danom bode alebo z daného bodu, ktorej rovnica aj zobrazenie sa súčasne objaví v príslušných oknách. Nájdenie množiny bodov určenej jednoduchou geometrickou podmienkou je ilustrované na Obr. 1, kde je červenou farbou zobrazená dvojica kriviek predstavujúcich ekvidištantu modrej rovinnej krivky vo vzdialenosti d . Hodnotu vzdialenosti d možno dynamicky meniť posuvníkom.

Obrázok 1. Ekvidištanta rovinnej krivky

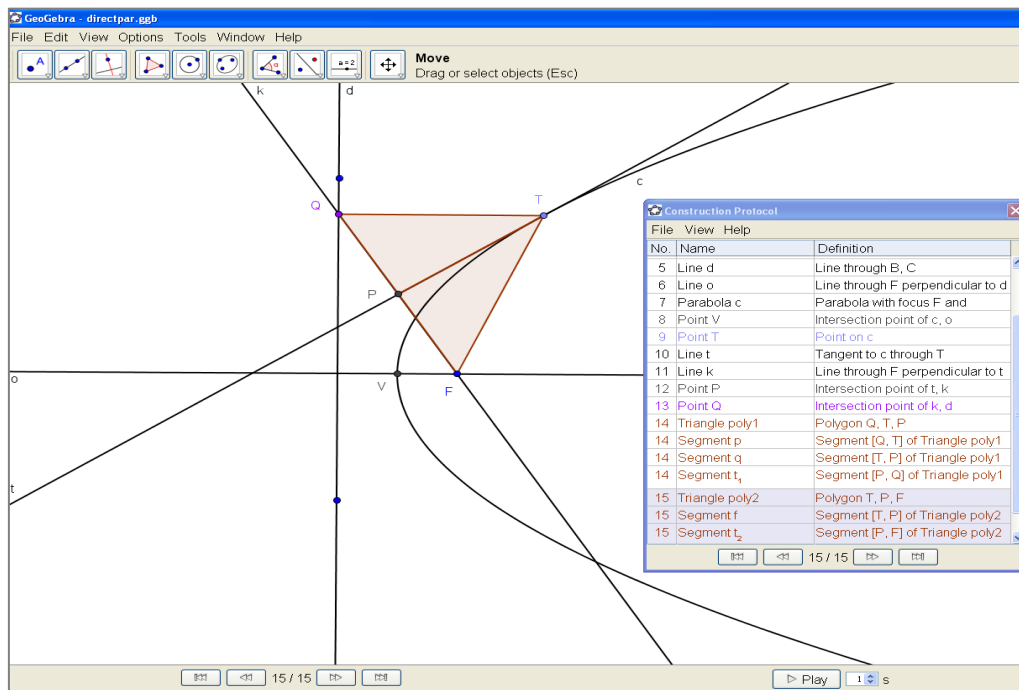


Zdroj: originál vytvorený v softvéri GeoGebra

Dynamicke konštrukcie a manipulácie sú najmocnejšími nástrojmi softvéru GeoGebra. Používateľ môže vytvárať dynamicke pracovné listy na demonštráciu rôznych pravidiel a vlastností všeobecne platných pre špecifické geometrické útvary s možnosťou dynamicke meniť ich určujúce prvky.

Ohniskové vlastnosti dotyčnice paraboly sú na Obr. 2, kde je zobrazený aj konštrukčný protokol, v ktorom možno celú konštrukciu sledovať krok po kroku. Konštrukciu možno inicializovať aj pomocou tlačidiel na navigačnom paneli v dolnej časti, kde sa dá nastaviť aj jej automatické prehrávanie s preddefinovaným časovačom rýchlosti prehrávania jednotlivých krokov.

Obrázok 2. Vlastnosti dotyčnice paraboly



Zdroj: originál vytvorený v softvéri GeoGebra

2 Geometria priestoru a jej vizualizácia

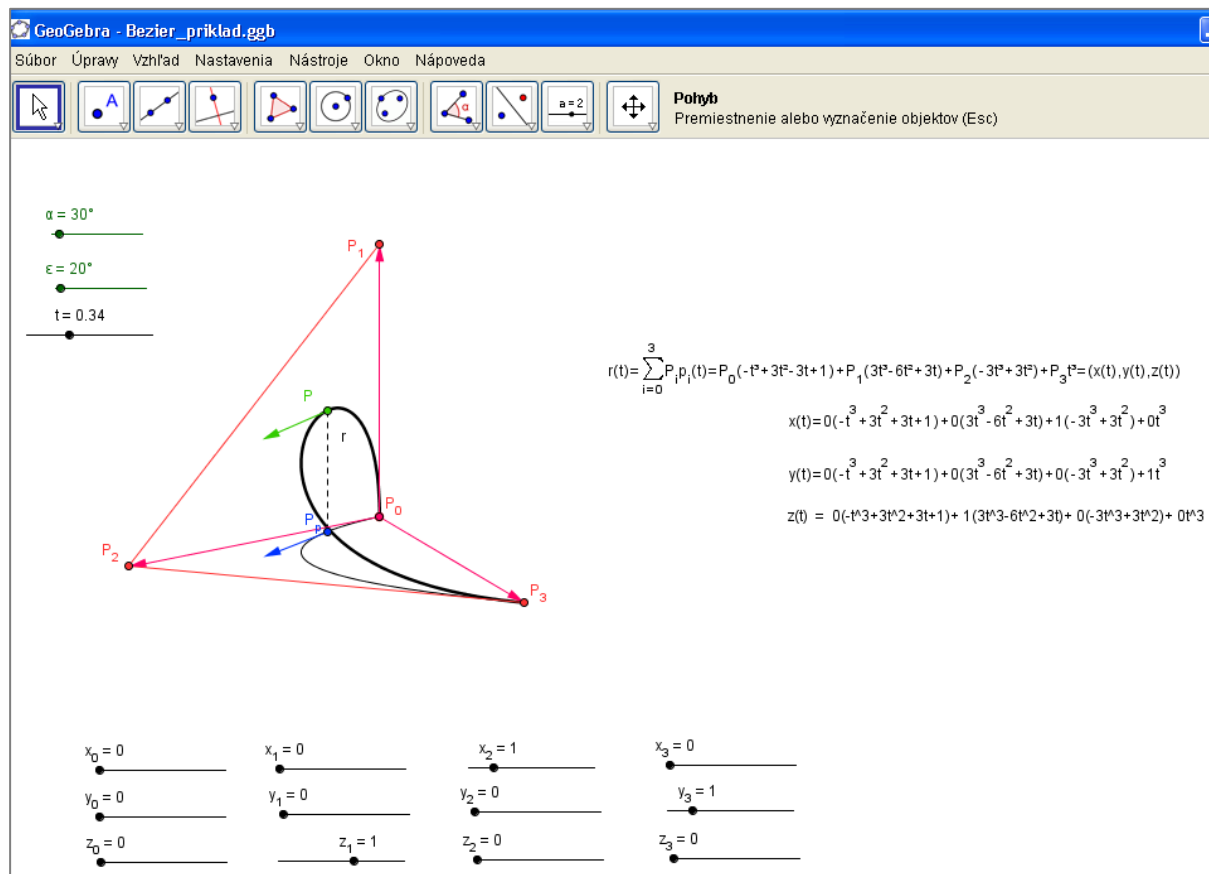
2.1 Zobrazenie trojrozmerných scén pomocou zobrazovacích rovníc

Okrem interaktívneho modelovania v rovine poskytuje softvér GeoGebra aj nástroje na tvorbu dynamických apletov pre vizualizáciu trojrozmerných scén. Toto je možné zabezpečiť výpočtom rovinných súradníc obrazov objektov scény pomocou rovníc zvolenej zobrazovacej metódy, ako ilustruje Obr. 3. Bézierova kubická krivka je určená bodmi riadiaceho polygónu $P_0 P_1 P_2 P_3$. Trojice karteziánskych súradníc určujúcich bodov P_0, P_1, P_2, P_3 tvoria vstupné údaje, a dajú sa interaktívne meniť pomocou posuvníkov. Program automaticky prepočítava súradnice axonometrických priemetov bodov (zobrazených červenou farbou) a súradnice ich axonometrických pôdorysov (zobrazených modrou farbou) a zobrazuje oba priemety krivky definovanej týmito bodmi pomocou príslušných parametrických rovníc. Riadiaci polygón je zobrazený červenou farbou v oboch priemetoch, rovnako ako axonometrické priemety súradnicových osí. Bod P krivky je jednoznačne určený krivočiarou súradnicou t určujúcou jeho polohu na krivke, hodnota parametra t z jednotkového intervalu sa dá voliť posuvníkom. Vypočítaný dotykový vektor krivky v bode $P(t)$ je zobrazený zelenou farbou v axonometrickom priemete a modrou farbou v axonometrickom pôdoryse. Rovnica krivky sa dá uviesť aj v geometrickom okne, pričom zmena vstupných údajov, teda súradníc bodov riadiaceho polygónu sa automaticky interaktívne prejaví aj v zmene zobrazovanej rovnice krivky.

Aktuálnu axonometrickú projekciu určujú dva uhly, α – azimut a ε – elevácia, ktoré sa dajú tiež meniť interaktívne posuvníkmi. Zmenou ich hodnôt používateľ mení uhol pohľadu na danú trojrozmernú scénu. Azimut predstavuje uhol otáčania scény okolo súradnicovej osi z , ktorá leží v priemietni, elevácia definuje uhol otočenia okolo súradnicovej osi x , teda naklonenie súradnicovej roviny xy vzhľadom na priemetňu. Kombináciou hodnôt uhlov

otočenia trojrozmernej scény okolo súradnicových osí z a x je definované kolmé premietanie na jednu priemetňu. Napríklad hodnoty $\alpha = \varepsilon = 0^\circ$ určujú nárys scény – kolmý priemet do súradnicovej roviny xz , hodnoty $\alpha = 90^\circ$, $\varepsilon = 0^\circ$ určujú bokorys – kolmý priemet do súradnicovej roviny yz , hodnoty $\alpha = 0^\circ$, $\varepsilon = 90^\circ$ určujú pôdorys – kolmý priemet do súradnicovej roviny xy , a hodnoty $\alpha = 45^\circ$, $\varepsilon = 45^\circ$ určujú izometriu.

Obrázok 3. Bézierova kubická krivka

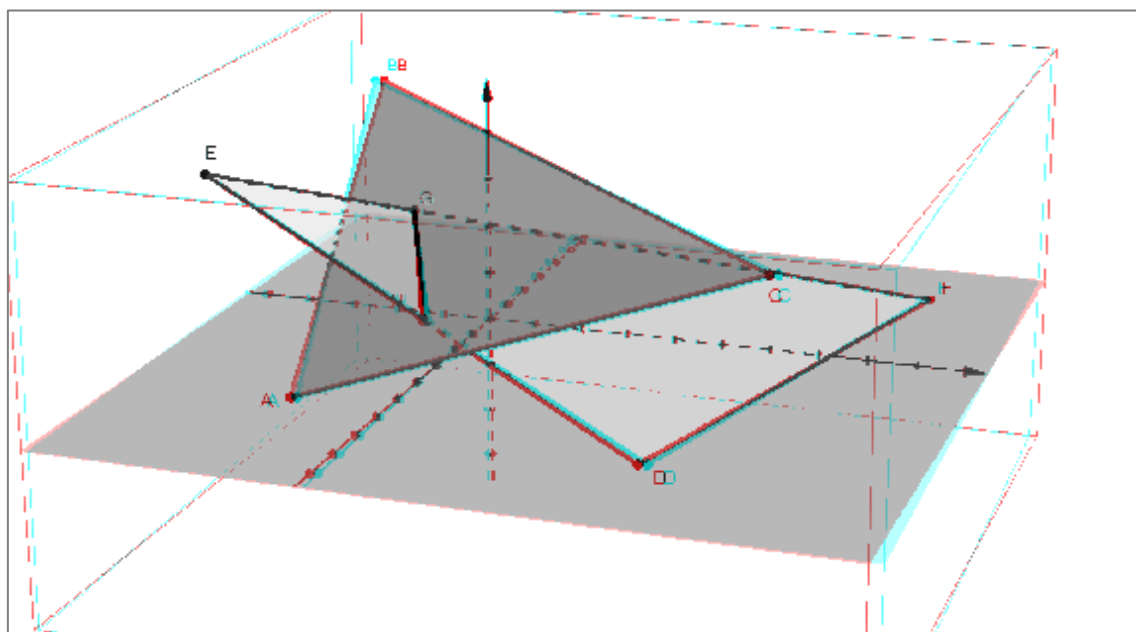


Zdroj: originál vytvorený v softvéri GeoGebra

2.2. Trojrozmerná dynamická geometria

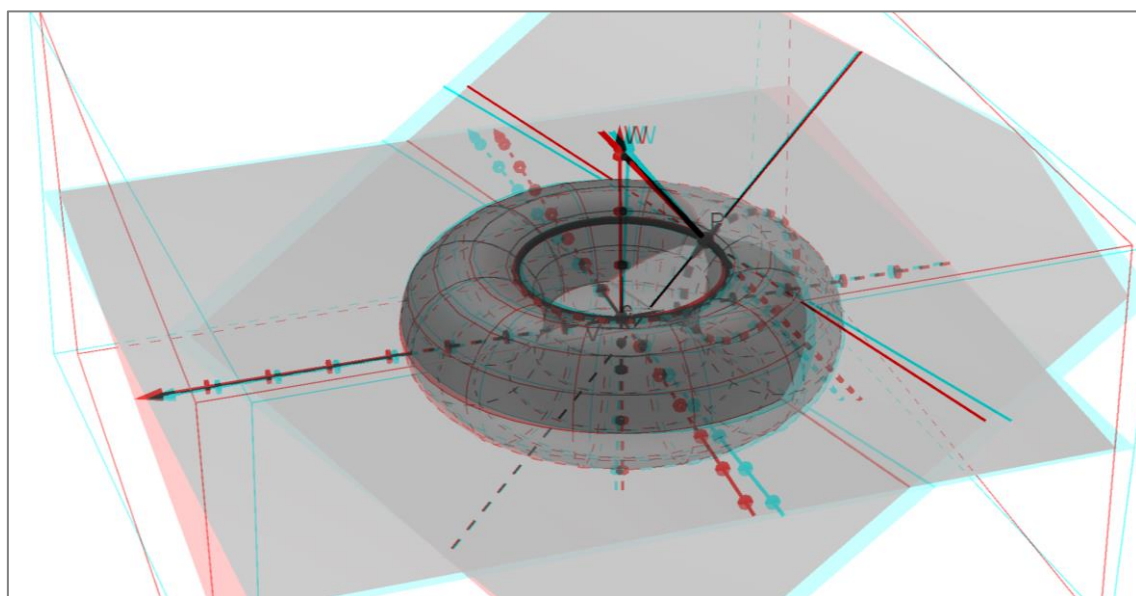
Jednou z najnovších výhod implementovaných v softvéri GeoGebra sú 3D grafické príkazy, ktoré umožňujú prezentáciu a priame konštrukcie úloh trojrozmernej geometrie. Okrem rôznych zobrazení trojrozmerných scén vo viacerých zobrazovacích metódach, ako napr. kolmý priemet do jednej priemetne, lineárna perspektíva alebo axonometria, môže používateľ využívať aj stereoskopické zobrazenie s trojrozmerným efektom. Po voľbe tohto zobrazenia systém automaticky zobrazí v geometrickom okne pre 3D zobrazenie dva farebne odlišené priemety, jeden pre pravé a jeden pre ľavé oko pozorovateľa v komplementárnych farbách červená a zelená. Tieto priemety sa dajú pozorovať s dobrým trojrozmerným efektom pomocou dvojfarebných okuliarov v komplementárnych farbách. Efekt je dobre zachovaný aj pri premietnutí obrazovky počítača pomocou kvalitnejšieho dataprojektoru na veľké plátno, takmer z ľubovoľného miesta v danej miestnosti, pričom vzdialenosť priemetov pre jednotlivé oči možno tiež manuálne upravovať podľa aktuálnej potreby. Tlačová verzia je taktiež dobre čitateľná, samozrejme pri kvalitnej farebnej tlači zachovávaajúcej pôvodné odtiene komplementárnych farieb korešpondujúce s farbou použitých okuliarov, pozri Obr. 4 - 7.

Obrázok 4. Prienik trojuholníkov



Zdroj: originál vytvorený v softvéri GeoGebra

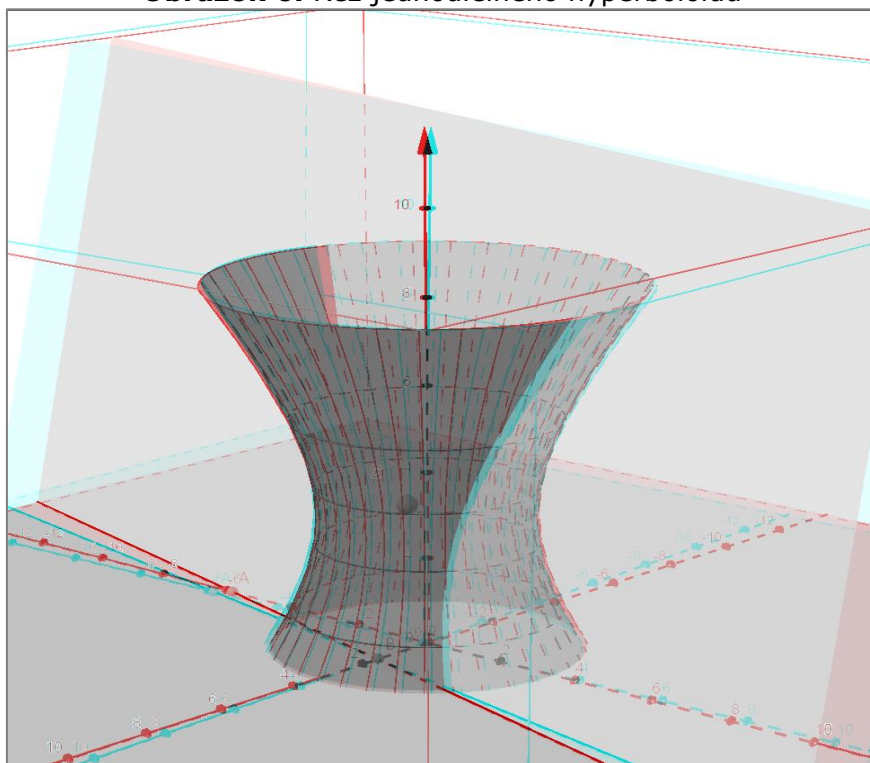
Obrázok 5. Rez anuloidu dotykovou rovinou v hyperbolickom bode



Zdroj: originál vytvorený v softvéri GeoGebra

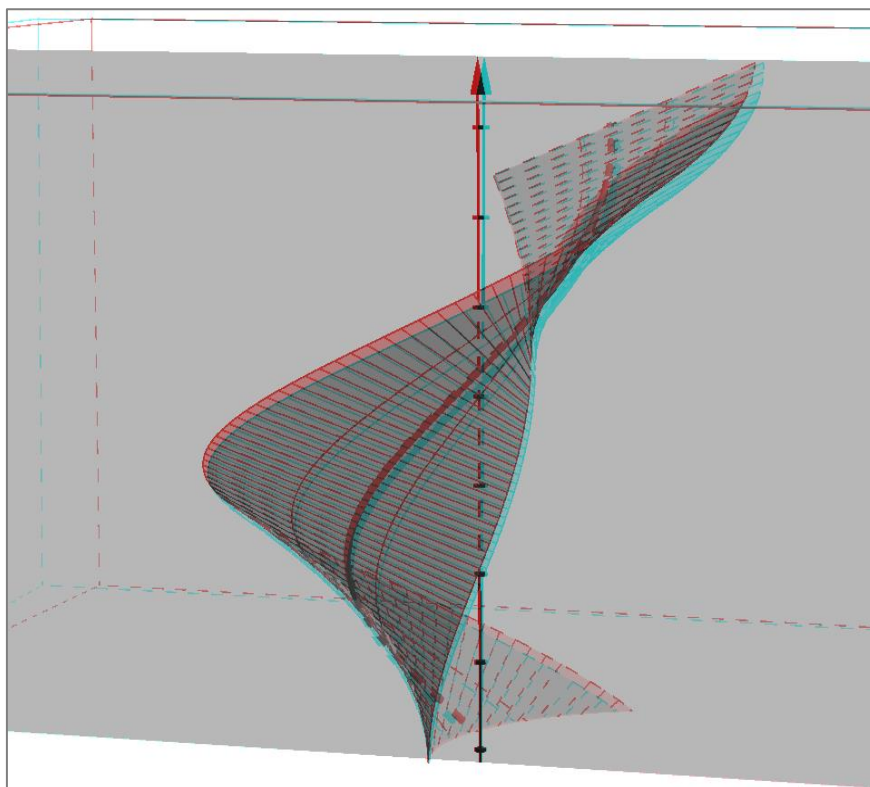
Softvér GeoGebra umožňujúci vizualizáciu priestorových geometrických vzťahov pomocou stereoskopických priemetov dynamických štruktúr, ktoré možno interaktívne meniť a manipulovať, predstavuje výnimočne robustný didaktický nástroj dostupný bezplatne na podporu výučby priestorovej geometrie. Učiteľom umožňuje nielen lepšie vysvetliť stereometrické vzťahy definované medzi útvarmi v priestore, ale dáva im tiež možnosť zaujať študentov atraktívnou nevšednou formou, pozvánkou na návštevu 3D kina ich zaujať a lepšie motivovať ku štúdiu geometrie. Pozorovanie dynamických zmien na virtuálnom modeli útvarov priestoru môže študentom pomôcť lepšie pochopiť priestorové relácie a vzťahy incidencie, či pochopiť podstatu mnohých geometrických konštrukcií realizovaných v priestore.

Obrázok 6. Rez jednodielneho hyperboloidu



Zdroj: originál vytvorený v softvéri GeoGebra

Obrázok 7. Priamková skrutková plocha



Zdroj: originál vytvorený v softvéri GeoGebra

3 Záverom

Vizualizácia sa dá považovať za istú formu aplikácie, preto samotná tvorba vizuálneho modelu je tiež akousi formou hodnotenia hĺbky vedomostí a úrovne porozumenia reprezentovaného pojmu. Takéto samohodnotenie zároveň upevňuje získané vedomosti a ich transfer, teda použitie v inom kontexte. Tvorba dynamických modelov je tiež inšpiráciou ako rozumne použiť informačné technológie v úlohe didaktického nástroja, ktorý bude atraktívny pre študentov a zároveň im umožní realizovať ich vlastné tvorivé nápady. Oba aktéri vzdelávacieho procesu vystupujú v tejto didaktickej situácii skôr ako rovnocenní partneri, na rozdiel od klasickej formy didaktických situácií, kde úlohou učiteľa je aktívna prezentácia nových faktov a dát, zatiaľ čo úloha učiacich sa študentov je zvyčajne iba pasívne prijímanie prezentovaných faktov. Aktívna účasť študentov vo vzdelávacom procese môže prispieť k lepšiemu porozumeniu a určite vedie k ich pozitívnejšiemu prístupu ku samotnému štúdiu, ktoré sa stáva viac objavovaním závislostí a skúmaním aktivít a procesov ako memorovaním veľkého množstva nezrozumiteľných údajov a dát, ktoré navzájom navonok nesúvisia. Dynamika otvára cesty k objavovaniu súvislostí a k pochopeniu vzájomných závislostí, čo je často omnoho dôležitejšie ako detailné ale navzájom nesúvisiace fragmenty poznatkov.

Záverom je potrebné podotknúť, že iba samotná schopnosť zakresliť a graficky interpretovať nejaký geometrický objekt ešte neznamená, že plne chápeme všetky jeho vlastnosti a relácie s inými objektmi, alebo že poznáme všetky matematické závislosti a vzťahy geometricky reprezentované generovaným vizuálnym obrazom. Dynamická práca s týmito virtuálnymi objektami je potrebná k získaniu plného porozumenia a k rozvoju schopností používať digitálne technológie na analýzu a riešenie problémov. Toto tvrdenie je však plne konzistentné so všeobecným chápaním poslania matematického vzdelania, ktoré tkvie v zručnosti používať rôzne reprezentácie zvládnutých matematických pojmov v rôznom kontexte, v schopnostiach dynamicky ich zamieňať podľa aktuálnej potreby, ilustrovať a známe pojmy korektne aplikovať.

Mnoho apletov generovaných v prostredí softvéru GeoGebra sa používa na ilustráciu počas prednášok v predmetoch Matematika I a II a Konštrukčná geometria na Strojníckej fakulte Slovenskej technickej univerzity v Bratislave. Tieto dynamické didaktické nástroje umožňujúce zmenu a pohyb prítomný v mnohých geometrických konštrukciách a transformáciách, slúžia na podporu priestorovej predstavivosti a lepšie chápanie často veľmi zložitých priestorových vzťahov a vlastností geometrických útvarov bežne používaných v strojárskych technickej praxi.

Literatúra

- Moreno, A., Armella, L., Hegedus, S.J., Kaput, J.J., 2008. From static to dynamic mathematics: Historical and representational perspectives. *Educational Studies in Mathematics*, vol. 68, no. 2, s. 99-111. ISSN 0013-1954
- Karadag, Z., McDougall, D., 2009. Dynamic worksheets: visual learning with the guidance of Polya. *MSOR Connections*, vol. 9, no 2 (May – July), s. 13-16. ISSN 2051-4220
- Velichová, D., 2010. Creating Cognitive Connections in Maths with GeoGebra. In: *Proceedings of the XXVIII International Colloquium on the Management of Educational Process*. ISBN 978-80-7231-722-6
- Velichová, D., 2011. Interactive Maths with GeoGebra. *iJET - International Journal of Emerging Technologies in Learning*, vol. 6, s. 31-35, ISSN 1863-0383.
- Velichová D., 2014. How to Make Mathematics More Entertaining. In: *Proceedings of the XXXII International Colloquium on the Management of Educational Process*. ISBN 978-80-7231-958-9
- Velichová, D., 2017. Dynamic Visualizations in Education of Mathematics. In: *Proceedings of International Workshop New learning scenarios in digitalized world*, s. 10-18, ISBN 978-973-100-438-9