

Odporučené príklady na prípravu na skúšku z predmetu Matematika 1

Príklady sú zo skript Bálint, V. a kol.: Zbierka úloh z matematiky pre F-PEDaS, EDIS ŽU, 2005

2. Lineárna algebra

1; 2; 4; 8; 11; 14; 17; 19; 27; 29; 31; 34; 42; 44; 48; 52; 53; 59; 70; 72; 74; 78; 89; 110; 125; 133; 137; 142.

3. Postupnosti

2; 6a; 16; 17. a, c, f; 19 a, b; 29. b, c, f, j, k.

4. Funkcia jednej reálnej premennej

13; 16; 22; 25; 52; 53; 56; 57; 69; 74; 79; 83; 89; 90; 106; 107; 119; 127; 130; 156; 158; 168; 170; 186; 187; 190; 196; 202; 212; 216; 219; 222; 236; 237; 258; 262; 269.

7. Funkcie viac premenných

3; 4; 8; 16; 20; 32; 33; 40; 43; 50; 54; 56; .

Ekonomické aplikácie diferenciálneho počtu jednej a viac premenných

1. Pomocou náčrtu grafu funkcie zistíte, či funkcie

$$\text{a) } x = 3p - \frac{5}{2}, \quad \text{b) } p = -x + \frac{4}{3},$$

môžu byť funkciami dopytu. Ak áno, zostrojte ich grafy, určte intervaly premenných p a x vzhľadom na ich ekonomický význam a nájdite ich inverzné vyjadrenie.

2. Pomocou náčrtu grafu funkcie zistíte, či funkcie

$$\text{a) } p = -5x^2 + 18x + 8 \quad \text{b) } x = 64p^2 - 16p - 3$$

môžu byť funkciami ponuky. Ak áno, zostrojte ich grafy, určte intervaly premenných p - cena, x - množstvo a nájdite ich inverzné vyjadrenie týchto funkcií.

3. Nájdite hodnotu parametra k vo funkcii dopytu

$$x = D(p): x = -2p + k - 3,$$

ak viete, že spotrebiteľ nie je ochotný kúpiť uvažovaný výrobok za cenu, ktorá je rovná alebo vyššia ako 17 j.p.

4. Pomocou náčrtu grafu funkcie zistíte, či funkcie

$$\text{a) } x = p^2 - 7p + 6 \quad \text{b) } p = -x^2 - \frac{4}{9}x + \frac{7}{4}$$

môžu byť funkciami dopytu. Ak áno, zostrojte ich grafy, určte intervaly premenných p - cena, x - množstvo výrobku a nájdite inverzné vyjadrenie danej funkcie dopytu.

5. Nájdite hodnotu parametra k vo funkcii dopytu $p = -x^2 - 12x + k^3 - 90$, ak viete, že spotrebiteľ má záujem kúpiť výrobok len pri cene nižšej ako 126 j.p.

6. Nájdite hodnoty parametra c tak, aby daná funkcia $x = \frac{1}{2}p^2 - cp + 8$ bola kvadratickou funkciou dopytu.

7. Pomocou náčrtu grafu funkcie zistíte, či funkcie

$$\text{a) } x = p^2 + 12p - 64 \quad \text{b) } p = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{20}{3}x + 12,5$$

môžu byť funkciami ponuky. Ak áno, zostrojte ich grafy, určte intervaly premenných p a x a nájdite inverzné vyjadrenie danej funkcie ponuky.

8. Daná je kvadratická funkcia ponuky typu $x = S(p): x = \frac{1}{5}p^2 + (k-2)p + (k+5)$. Výrobca je ochotný začať vyrábať daný výrobok až pri cene 25 j.p. Nájdite hodnotu parametra k .

9. Vo funkcii ponuky $x = p^2 + kp - 5$ nájdite hodnotu parametra k tak, aby táto funkcia vyjadrovala skutočnosť, že výrobca je ochotný začať vyrábať výrobok pri cene vyššej ako 15 j.p.

10. Funkcie dopytu a ponuky sú dané vzťahmi:

$$\text{a) } D: x = \frac{3}{4} - p, \quad S: x = \frac{2p}{3} - \frac{1}{4} \quad \text{b) } d: p = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} - 2, \quad s: p = 3^x$$

$$\text{c) } D: x = -2^{p-5} + 8, \quad S: x = 2^{p-1} - 2 \quad \text{d) } D: x = -\log_3(2p+5) + 4, \quad S: x = 2 + \log_3(p-1)$$

Zistite výpočtom, pre aké hodnoty p_E a x_E nastáva rovnováha trhu.

11. Nájdite hodnoty parametrov c_1, c_2 vo funkciách ponuky a dopytu:

$$s: p = \sqrt{x + c_1} + c_2, \quad d: p = -\frac{c_1}{2}x + c_2 + 7 \text{ ak viete, že rovnovážna dvojica je } (p_E, x_E) = (5; 8)$$

12. Nájdite hodnotu parametra k vo funkcii dopytu $D: x = k - p$, ak funkcia ponuky má tvar $s: p = \frac{5}{3}x + 1$ a rovnovážne množstvo je $x_E = 1, 125$.

13. Nájdite hodnotu parametrov k, c vo funkciách dopytu a ponuky: $d: p = k - 4^{x-2} + c$, $s: p = -\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} + c$, ak rovnovážna dvojica je $(p_E, x_E) = (8, 5; 2)$.

14. Zistite, aký počet výrobkov musí podnikateľ vyrobiť, aby dosiahol bod vyrovňania, ak cena jedného výrobku je 2 000 j.p. a funkcia celkových nákladov je $TC(x) = 1000x + 10000$.

15. Daná je funkcia ponuky $s: p = 2x + 1$. Funkcia dopytu je lineárna tvaru $x = D(p)$. Nájdite túto funkciu dopytu ak viete, že elasticita funkcie v rovnovážnej cene $p_E = 7$ je o dva väčšia ako elasticita funkcie ponuky v tejto cene.

16. Nájdite hodnoty parametra $a \in \mathbb{R}$ tak, aby daná funkcia dopytu

$$D: x = \frac{a}{2}p^2 - (a+3)p + a^3 + 6 \text{ mala v cene } p = 1 \text{ jednotkovú elasticitu.}$$

17. Vypočítajte elasticitu funkcie ponuky $s: p = 2^{2x-3} + 1$ v cene $p = 3$.

18. Nájdite hodnotu parametra $a \in \mathbb{R}$, ak viete, že $TC(x) = 15a\sqrt{x} + 20ax + \ln 70$ a marginálne náklady na výrobu 16. výrobku sú 35 j.p. Vypočítajte marginálne náklady na výrobu 25. výrobku.

19. Fixné náklady na výrobu daného výrobku sú 1000 j.p., variabilné náklady vyjadruje funkcia $y = 3x^2$. Vypočítajte: a) celkové náklady na výrobu prvých 25 výrobkov, b) priemerné náklady na výrobu 1 výrobku pri výrobe 25 výrobkov, c) marginálne náklady na výrobu 17. výrobku.

21. Nájdite hodnotu parametra $a \in \mathbb{R}$, ak vieme, že marginálne príjmy a marginálne náklady sú pri výrobe 4. výrobku rovnaké. Dané sú fixné náklady na výrobu $K = 380a$, variabilné náklady $V(x) = (5+a)x^2 + 2x$ a funkcia dopytu $d: p = -ax + 190a$.

22. Nájdite hodnotu parametra $a \in \mathbb{R}$, ak viete, že priemerný príjem pri výrobe 14 výrobkov je 780 a daná je funkcia dopytu $d: p = -ax + \frac{9}{7} + a^3$. Vypočítajte marginálny príjem z predaja 10. výrobku.

23. Maximalizujte funkciu celkových príjmov danú $TR(x) = x^2 \cdot e^{-x}$, kde x je počet výrobkov v tisícoch.

24 Podnik vyrába dva druhy tovarov v množstvách x, y . Vypočítajte, pri akom objeme výroby týchto tovarov dosiahne podnik maximálny zisk, ak funkcia zisku má tvar

$$TP(x, y) = 180x - 3x^2 - 3xy - 2y^2 + 140y - 20. \text{ Zistite, aký je maximálny zisk.}$$

25. Miera uspokojenia potrieb spotrebiteľa je daná funkcia užitočnosti

$$U(x, y) = 80000 - 2x^2 + 30y - 3y^2,$$

kde x je počet výrobkov V_1 a y je počet výrobkov V_2 . Zistite, aké počty výrobkov V_1, V_2 maximálne uspokojia spotrebiteľa, ak má k dispozícii 1400 Sk, pričom cena V_1 je 32 Sk a cena V_2 je 24 Sk. Úlohu riešte Lagrangeovou metódou.