Teória grafov

2.časť.

Definícia

Graf G =(V, E) nazývame pravidelný stupňa k ak všetky jeho vrcholy majú stupeň k.

$$\forall v \in V, st(v) = k$$

Hovoríme, že grafy $G = (V, E)$ a $G' = (V', E')$ sú *izomorfné* ak existuje bijektívne (jedno jednoznačné) zobrazenie $f : V \to V'$ také, že

$$[u, v] \in E \Leftrightarrow [f(u), f(v)] \in E'$$

Definícia: Susedská matica $A(G)$ grafu $G=(V,E)$ (resp. digrafu) s vrcholmi $v_1, v_2, \ldots, v_n$ je štvorcová matica typu $n \times n$ s prvkami:

$$a_{i,j}=\begin{cases}0 & \text{ak } [\mathrm{v}_{\mathrm{i}}, v_j] \notin E\\ 1 & \text{ak } [\mathrm{v}_{\mathrm{i}}, v_j] \in E\end{cases}$$

(pre digraf: $a_{i,j}=\begin{cases}0 & \text{ak } (\mathrm{v}_{\mathrm{i}}, v_j) \notin E\\ 1 & \text{ak } (\mathrm{v}_{\mathrm{i}}, v_j) \in E\end{cases}$)

Definícia

Incidenčná matica $B(G)$ grafu $G=(V,E)$ s vrcholmi $v_1, v_2, \ldots, v_n$ a hranami $e_1, e_2, \ldots, e_m$ je matica typu $n \times m$ s prvkami:

$$b_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{ak hrana } e_j \text{ neinciduje s } v_i \\ 1 & \text{ak hrana } e_j \text{ inciduje s } v_i \end{cases}$$

resp. pre digraf:

$$b_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{ak hrana } e_j \text{ neinciduje s } v_i \\ 1 & v_i \text{ je počiatočný vrchol hrany } e_j \\ -1 & v_i \text{ je koncový vrchol hrany } e_j \end{cases}$$

Definícia

Definícia: Nech $G=(V,E)$ je graf. Okolie vrcholu $u\in V$ budeme nazývať množinu vrcholov $V(u)$ susediacich s *u*. t.j.

$$V(u)=\{v\in V:[u,v]\in E\}$$

Definícia: Nech $G=(V,E)$ je digraf graf. odchádzajúce (resp. prichádzajúce) okolie vrcholu $u\in V$ budeme nazývať množinu vrcholov $V(u)$ so začiatkom v *u*. (resp. s koncom v *u*) t.j.

$$V^{+}(u)=\{v\in V:(u,v)\in E\}$$

(resp. $V^{-}(u)=\{v\in V:(v,u)\in E\}$)

Definicie

Číslo $$\Delta(G) = \max_{v_i \in V} st(v_i)$$

Nazývame maximálny stupeň grafu $G=(V, E)$

Číslo $$\delta(G) = \min_{v_i \in V} st(v_i)$$

Nazývame minimálny stupeň grafu $G=(V, E)$

Definícia

Nech $G=(V, E)$ je graf s n vrcholmi $v_1, v_2, \cdots, v_n$

Postupnosť $\{s_i\}_{i=1}^{n} = s_1, s_2, \cdots, s_n$

kde $s_i = st(v_i)$

sa nazýva grafová postupnosť

Veta (I. Havel, 1955)

Nech je daná postupnosť $\{d_1, d_2, \cdots, d_n\} \quad n \geq 2,$

Taká, že $\quad d_1 \geq d_2 \geq \ldots \geq d_n.$

potom táto postupnosť je grafová, práve vtedy, ak je grafová postupnosť $\quad \{d_2 - 1, d_3 - 1, \ldots, d_{d_1+1} - 1, d_{d_1+2}, \ldots, d_n\}$